Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова, 1983, т. 97.

УДК 532 + 622.54

О ФОРМИРОВАНИИ КРИТЕРИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РЕЙНОЛЬДСА

С.С.СМОРОДИН, К.Г.АСАТУР,
Ю.П.РЫВКИН, Э.А.КУДАШЕВ

Вопрос о достаточных условиях, дополняющих необходимые общие критериальные условия подобия в гидродинамических задачах, эквивалентен вопросу о единственности решения системы основных уравнений. Важными при этом являются условия кинематического подобия [4].

Так, в простейшей задаче о переходе режимов течения внутри цилиндрической трубы круглого сечения в уравнении

$$Re = Re_{кр} = idem \qquad (1)$$

получается два значения (нижнее и верхнее) критического значения критерия Рейнольдса $Re_{кр}$.

Это результат отсутствия подобия в распределении скоростей по сечению при ламинарном (переход к турбулентному) и турбулентном (переход к ламинарному) режимах. Следовательно, в данной задаче условия кинематического подобия не соблюдены. Отсюда при монотонном (в переходном интервале) изменении Re возможны разные значения средней скорости (в сечении) v в уравнении (1), в котором

$$Re = 4vR/\nu, \qquad (2)$$

где R – гидравлический радиус сечения трубы; ν – кинематический коэффициент вязкости.

В этой связи возникает вопрос, нельзя ли сформировать критерий Рейнольдса так, чтобы условия кинематического подобия в нем были отражены возможно полнее.

Естественно при этом обратить внимание на то, что в сдвиговых процессах, определяющих режимы течения, важную роль играет торможение слоев у стенки, т.е. смоченный периметр сечения χ. Это приводит к уменьшению реального расхода потока Q по сравнению с потенциальным Q'. Соответственно из физических соображений, можно составить следующий вид критериальной функции Рейнольдса

$$Re^{\circ} = (Q' - Q)/\chi\nu. \qquad (3)$$

Частным видом формулы (3) является применяемое в плоских задачах обтекания тел безграничным потоком с заданной скоростью на бесконечности v_{∞} [3] выражение

$$Re^{\circ} = v_{\infty}\delta^{*}/\nu, \qquad (4)$$

где δ^{*} – толщина вытеснения,

$$\delta^{*} = \int_{0}^{\infty}\left[1 - \frac{v(y)}{v_{\infty}}\right]dy, \qquad (5)$$

представляющая собой характеристику пограничного слоя, малочувствительную к тому, каким конечным значением расстояния в нем от стенки y будет заменен верхний предел интеграла (5).

В формуле (4) для определения расхода потенциального потока Q' используется обычно экспоненциально асимптотический характер измерения скорости в пограничном слое.

Для плоского течения, заключенного в направляющие стенки с параллельными образующими, погреничный слой смыкается по оси потока и поэтому для определения расхода Q' нужен другой подход.

Для случая плоского сходящегося вязкого течения, как показал Г.Гамель [2], всюду, кроме непосредственной близости к стенкам, скорости имеют практически такие же значения, как в потенциальном потоке и поэтому для определения дефицита расхода может быть применена непосредственно формула (3).

Из полученной Г.Гамелем зависимости вытекает, что чем меньше угол сходимости между стенками, тем меньше область потенциального потока. Таким образом при параллельных стенках потенциальное течение еще сохраняется на оси потока. Этот вывод при наличии направляющих стенок можно распространить и на осесимметричные течения, учитывая аналогию в распределении скоростей для них и для плоских задач. Иначе говоря, дефицит расхода $\Delta Q = Q' - Q$ в обоих этих случаях практически может быть определен по дефициту скорости на ее профиле до максимального v_{max}. Поэтому формула (3) для плоского сечения может быть представлена в виде

$$Re^{\circ} = \frac{vR}{\nu}\left(\frac{v_{max}}{v} - 1\right). \qquad (6)$$

Поскольку качественное изменение профиля скоростей в функции от угла сходимости при разных режимах течения одинаково [5], значение критерия Рейнольдса для сечения Re° распространяется на турбулентные и слабо расходящиеся потоки, будучи ограничено рамками условий гидравлически плавного изменения течения на предшествующем сечению и последующем участке потока.

Приведение формулы (3) к виду (4) и (6) основано на том, что в обоих случаях скорости потенциального потока в сечении распределены равномерно.

Для истечения струй из насадков формула (3) может быть выражена [1] через коэффициент скорости φ:

$$Re^{\circ} = \frac{vR}{\nu}(1 - \varphi), \qquad (7)$$

при этом наиболее неравномерное распределение скорости потенциального потока в сечении с минимумом по оси получается при истечении из тонкостенного отверстия.

Для истечения жидкостей принятое выше допущение о том, что фактические скорости вблизи оси потока совпадают с найденными из теории потенциала, экспериментально было подтверждено в известных весьма точных опытах Дж.Фримена и М.Базена [I].

Критерий Рейнольдса Re° охватывает кинематические характеристики потока шире, чем критерий Re. Для потенциального потока $Re^{\circ} = 0$; по формуле (6) для ламинарного режима $Re^{\circ} = 0{,}25Re$, так как $v_{max} = 2v$; для турбулентного режима при малых значениях Re°, принимая для профиля скоростей закон со степенью I/7 [3], получим $v_{max} = 1{,}224v$ и соответственно $Re^{\circ} = 0{,}224 \cdot 0{,}25Re$. Если считать, что переход от ламинарного режима к турбулентному и обратно происходит при одном и том же значении $Re^{\circ}_{кр} = 0{,}25 \cdot 2320$, то для Re получим два критических значения: 2320 и 10500. Второй множитель в формуле (6) при изменении режима меняется скачком: с переходом к ламинарному возрастая, с переходом к турбулентному падая.

Если при ламинарном режиме увеличивать скорость v в трубе, то переход к турбулентному режиму становится возможным при $Re^{\circ} = Re^{\circ}_{кр}$. Однако поскольку при таком переходе величина Re° резко падает, то пока скорость не увеличена до значения, при котором после скачка $Re^{\circ} = Re^{\circ}_{кр}$ турбулентный режим надежно не обеспечивается, и либо сохраняется ламинарный режим, либо течение становится неустойчивым и перемежающимся.

При обратном процессе переход к ламинарному режиму становится возможным также при $Re^{\circ} = Re^{\circ}_{кр}$. Однако поскольку при переходе значение Re° резко увеличивается, то пока скорость не снижена до значения, при котором после скачка $Re^{\circ} = Re^{\circ}_{кр}$, ламинарный режим надежно не обеспечивается, и либо сохраняется турбулентный режим, либо течение становится неустойчивым.

Таким образом, критериальное уравнение

$$Re^{\circ} = Re^{\circ}_{кр} = idem, \qquad (8)$$

в отличие от уравнения (I), для процессов перехода режимов дает однозначный результат.

Практической характеристикой является критерий Re° также для сопел, давая качественную оценку профиля гидромониторного насадка с точки зрения динамичности струи [I].

ЛИТЕРАТУРА

1. Асатур К.Г. К вопросу об исследовании гидромониторных насадков. – Изв. вузов, Горный журнал, 1967, № 11.

2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М., Физматгиз, 1963. Ч.1.

3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М., Наука, 1973.

4. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1957.

5. Тарг С.М. Основные задачи теории ламинарных течений. М.-Л., Гостехиздат, 1951.

Ленинградский горный институт

120264