Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института
им. Г.В.Плеханова, 1984, т. 99

УДК 622.235

РАСЧЕТ КАМУФЛЕТНЫХ ВЗРЫВОВ С УЧЕТОМ СКОРОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ДИЛАТАНСИИ ГОРНЫХ ПОРОД

А.Г.ПРОТОСЕНЯ, Т.А.ВИНОГРА

Исследованию различных аспектов процесса деформирования и разруш пород при проведении подземных взрывов посвящено большое число исслед ний [4]. Рассмотрим один из этапов развития камуфлетного взрыва в пер этап ударного разрушения среды. Фронт ударной волны формируется за сч изменения плотности породы следующим образом: при давлениях, не превы щих P_*, среда не деформируется, а при $P > P_*$ происходит необратима формация, при которой плотность изменяется от ρ_0 до ρ_1. Давление P_* зывается давлением упаковки [2]. По породе таким образом распространя волна уплотнения с радиусом $R(t)$.

В случае сферической симметрии модели камуфлетного взрыва уравне движения среды записывается в виде:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} = \rho\left(\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r}\right).$$

Будем считать, что в первый этап распространения ударной волны от сферически симметричного заряда источник взрыва представляет собой рас ряющуюся сферу, закон изменения давления на границе сферы – адиабатиче

$$\sigma_r\Big|_{r=a} = P_0\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3\gamma},$$

где a – радиус полости; a_0 – начальное значение радиуса; P_0 – начал давление; γ – адиабатическая постоянная.

На фронте ударной волны имеют место [4]:

закон сохранения массы

$$\rho_0 \dot{R} = \rho_1\left[\dot{R} - V(R)\right];$$

закон сохранения потока импульса

$$-\sigma_r(R) + P_* = \rho_0 \dot{R} V(R),$$

где R – радиус фронта ударной волны; ρ_0 – начальная плотность горной роды; $\dot{R}$ – скорость распространения фронта ударной волны; $V(R)$ – масс скорость,

$$V(R) = \varepsilon \dot{R},$$

$\varepsilon = (1 - \rho_0/\rho_1)$ – относительное изменение плотности, в нашем случае примем $\varepsilon = \text{const}$.

При пластическом деформировании согласно экспериментальным данным [1] горные породы разрыхляются. Условие дилатансии запишем в виде:

$$\frac{\partial V}{\partial r} + 2\frac{V}{r} = \Lambda\left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r}\right), \tag{6}$$

где Λ – скорость дилатансии, $\Lambda = \text{const}$.

Решение уравнения (6) имеет вид:

$$V = \frac{f(t)}{r^n}, \tag{7}$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени; $n = \frac{2-\Lambda}{1+\Lambda}$.

Вид функции $f(t)$ в соотношении (7) определим так [3]:

$$f(t) = a^n \dot{a}, \tag{8}$$

или

$$f(t) = R^n \dot{R} \varepsilon .$$

Проведя некоторые преобразования, получим связь между текущими значениями радиусов полости и фронта ударной волны:

$$a = \left\{ \varepsilon^{\frac{1}{n+1}} \frac{1}{\left[1-(1-\varepsilon)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{n+1}\right]^{\frac{1}{n+1}}} \right\} R . \tag{9}$$

Обозначим $\delta = \left\{ \varepsilon^{\frac{1}{n+1}} \frac{1}{\left[1-(1-\varepsilon)\frac{a_0}{a}\right]^{n+1}} \right\}^{\frac{1}{n+1}}$.

Отсюда получим зависимость между скоростью распространения ударного фронта и скоростью роста полости:

$$\dot{a} = \frac{\varepsilon}{\delta^n}\dot{R} . \tag{10}$$

При испытаниях горных пород в условиях объемных напряженных состояний ($\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$) для широкой вариации скоростей деформирования установлено, что предел прочности их при сжатии зависит от скорости деформирования и может быть описан зависимостью:

$$\tau^0 = U_0 + kT\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\frac{1}{\gamma_n^0} , \tag{11}$$

где $\tau^0 = \sigma_{сж}/2$; $\sigma_{сж}$ – предел прочности породы при одноосном сжатии; U_0 – постоянная, имеющая смысл энергии активации процессов диффузии, сублимации и т.д. в нагруженной кристаллической решетке; T – температура по шкале Кельвина; k – постоянная Больцмана; γ_n^0 – постоянная, являющаяся структурно-чувствительным коэффициентом; $\dot{\varepsilon}_0$ – постоянная; $\dot{\varepsilon}_1$ – скорость деформации.

В качестве условия прочности для нашей задачи возьмем условие Прандтля:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) = k_1 + m(\sigma_r + 2\sigma_\theta), \qquad (12$$

где коэффициенты $k_1 < 0$; $m > 0$.

С учетом скорости деформирования (II) условие прочности (I2) приме вид:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = m(\sigma_r - 2\sigma_\theta) + \frac{U_0}{\gamma_n^\circ} + \frac{kT}{\gamma_n^\circ} \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_0}\right), \qquad (13$$

где $k_1 = \frac{U_0}{\gamma_n^\circ}$ в условии Прандтля (I2), или

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \frac{3m\sigma_r + \frac{U_0}{\gamma_n^\circ}}{1+2m} + \frac{kT}{\gamma_n^\circ(1+2m)} \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_0}\right). \qquad (14$$

С учетом полученных зависимостей (8) и (I4) уравнение движения среды (I) представим так:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{6m}{1+2m}\frac{\sigma_r}{r} - \frac{2U_0}{\gamma_n^\circ(1+2m)}\frac{1}{r} + \frac{2kT}{\gamma_n^\circ(1+2m)}\frac{1}{r}\ln\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 r^{n+1}}\right] =$$

$$= \rho_1\left[\frac{f'(t)}{r^n} - \frac{nf'(t)}{r^{2n+1}}\right]. \qquad (15)$$

Из выражения (I5) получим выражение для радиальной компоненты напряжений

$$\sigma_r = \frac{c_1(t)}{r^\alpha} - \frac{U_0}{3\gamma_n^\circ m} - \frac{2kT}{\gamma_n^\circ(1+2m)(1+n)}\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0}\right]^{\frac{\alpha}{n+1}} \times$$

$$\times\left\{\frac{1+n}{\alpha}\left[\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{f(t)}{a^{n+1}}\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}}\ln\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 a^{n+1}}\right] + \frac{(1+n)^2}{\alpha^2}\left[\frac{(1+n)}{\alpha^2}f(t)\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}}\right\} +$$

$$+\rho_1\left[\frac{f(t)r^{1-n}}{\alpha+1-n}\right] - \frac{nf^2(t)r^{-2n}}{\alpha-2n}\Bigg]. \qquad (16)$$

Рассмотрим граничные условия. Согласно выражению (2) на границе полости радиальные напряжения определяются давлением газов на стенки полости, тогда

$$P(a) = \frac{c_1(t)}{a^\alpha} - \frac{U_0}{3\gamma_n^\circ} - \frac{2kT}{\gamma_n^\circ(1+2m)(1+n)}\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0}\right]^{\frac{\alpha}{n+1}} \times$$

$$\times\left\{\frac{1+n}{\alpha}\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 a^{n+1}}\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}}\ln\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 a^{n+1}}\right] + \frac{(1+n)^2}{\alpha^2}\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 a^{n+1}}\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}}\right\} +$$

$$+\rho_1\left[\frac{f'(t)a^{1-n}}{\alpha+1-n} - \frac{nf^2(t)a^{-2n}}{\alpha-2n}\right]. \qquad (17)$$

На фронте ударной волны радиальные компоненты напряжений можно найти из закона сохранения потока импульса (4):

$$\sigma_r = P_* - \rho_0 \xi \dot{R}^2 = c_1(t)\frac{1}{R^\alpha} - \frac{U_0}{3\gamma_n^0 m} - \frac{2kT}{\gamma_n^0(1+2m)(1+n)} \times$$

$$\times \left[\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0} f(t)\right]^{\frac{\alpha}{n+1}} \left\{\frac{1+n}{\alpha}\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 R^{n+1}}\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}} \ln\left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 R^{n+1}}\right] + \frac{(1+n)^2}{\alpha^2} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{(1+n)f(t)}{\dot{\varepsilon}_0 R^{n+1}}\right]^{-\frac{\alpha}{n+1}} + \rho_0 \left[\frac{f'(t)R^{1-n}}{\alpha+1-n} - \frac{n f^2(t) R^{-2n}}{\alpha-2n}\right]\right\}, \qquad (18)$$

где $c_1(t)$ – неизвестная функция.

Используя выражения (17) и (18), исключим неизвестную функцию $c_1(t)$, затем с учетом зависимостей (2), (8), (9) и (10) получим уравнение движения границы полости – камуфлетное уравнение

$$\frac{\rho_1}{\alpha+1-n}\left(1-\delta^{n-\alpha-1}\right) a\ddot{a} + \rho_1\left[\frac{n}{\alpha+1-n}\left(1-\delta^{n-\alpha-1}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{n}{\alpha-2n}\left(\delta^{2n-\alpha}-1\right) - \frac{\delta^{2n}-\alpha}{\varepsilon^2}\right]\dot{a}^2 + \frac{2kT}{\gamma_n^0(1+2m)(1+n)}\left[\frac{(1+n)a^n\dot{a}}{\dot{\varepsilon}_0}\right]^{\frac{\alpha}{1+n}} \times$$

$$\times \left\{\frac{1+n}{\alpha}\left(\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-\frac{\alpha}{n+1}}\left[\delta^{-2\alpha}\ln\left(\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{\delta^{n+1}\dot{a}}{a}\right) - \ln\left(\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{\dot{a}}{a}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{(1+n)^2}{\alpha^2}\left(\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-\frac{\alpha}{n+1}}\left(1-\delta^{-2\alpha}\right)\right\} = P(a) - \frac{U_0}{3\gamma_n^0 m}\left(1-\delta^{-\alpha}\right) + P_*\delta^{-\alpha}. \qquad (19)$$

Аналогичным уравнением, используя соотношение (9), можно описать движение фронта ударной волны.

Рассмотрим задачу о камуфлетном взрыве с цилиндрической симметрией в представленной выше постановке. В предельной области вокруг полости ($a \le r \le R$) породы обладают дилатансией (6), компоненты напряжений в этой области удовлетворяют обобщенному условию Прандтля (12), а давление по контуру расширяющегося цилиндра изменяется по закону (2).

Повторяя описанную выше процедуру, получим уравнение для определения радиуса расширяющегося цилиндра:

$$a\ddot{a} + A(a)\dot{a}^2 + \frac{2kT(\beta-1)}{\rho_1(1+m)(\delta-\delta^\beta)}\left(\rho_2 a^{n+1}\right)^{\frac{n+1}{4}\beta} \times$$

$$\times \left\{\frac{(1+n)}{\beta}(\rho_2)^{-\frac{\beta}{n+1}}\left[\delta^{-\beta}\ln(\rho_2\delta^3) - \delta^3\ln\rho_2\right] + \left(\frac{n+1}{2\beta}\right)^2 \rho_2^{-\frac{\beta}{n+1}} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\delta^{-\beta}\ln(\rho_2\delta^3) - \delta^3\ln\rho_2\right] + \left(\frac{n+1}{2\beta}\right)^2 \rho_2^{-2/3\beta}\left(\delta^{-\beta} + \delta^\beta\right)\right\} = D(a), \qquad (20)$$

где $A(a)=\frac{\rho-1}{\delta-\delta^{\rho}}\left[\frac{\delta^4}{\varepsilon}+\frac{2(\delta-\delta^{\rho})}{\rho-1}+\frac{\delta^{\rho}-\delta^4}{\rho-2}\right]$;

$$D(a)=\frac{\rho-1}{\rho_0(\delta-\delta^{\rho})}\left\{P_*-\delta^{\rho}p(a)-\frac{U_0}{2\gamma_n^{\circ}m}(1-\delta^{\rho})\right.;$$

$$\rho=\frac{2m}{1+m};\qquad \rho_2=\frac{1+n}{\dot{\varepsilon}_0}\frac{\dot{a}}{a}.$$

Аналогичным образом можно получить уравнение для определения радиуса фронта ударной волны от взрыва цилиндрического заряда бесконечной длины.

Пренебрежение влиянием скорости деформирования на прочность горных пород и приближенное вычисление $\delta=\varepsilon^{\frac{2}{n+1}}$ позволяет получить аналитическое решение уравнений (I9) и (20).

Исследуя уравнение (I9) для сферически симметричного случая при условии остановки роста полости, получим из правой части уравнения значения предельных размеров камуфлетных полостей. Подобную оценку провели для суглинка с характеристиками: $\rho_0 = 2\cdot10^{-3}$ кг/см^3; $\rho_1 = 2{,}I05\cdot10^{-3}$ кг/см^3; $\varepsilon = 0{,}05$; $U_0 = -60\cdot10^{-3}$ (ккал·см^2)/(моль·кг); $a = I0$ см; $\dot{\varepsilon}_0 = 3\cdot10^{-24}$ с$^{-I}$; $\gamma_n^{\circ} = I00$ ккал/моль; $P_0 = 8\cdot10^4$ кг/см^2; $P_* = 6$ кг/см^2.

Расчеты проводились с различными коэффициентами n и m – 0,I; 0,233; 0,5; 0,7. Для сравнения оценку провели и для случая, не учитывающего скорость деформирования, где в условии Прандтля приняли $k_1 = -I{,}4$.

Относительное изменение радиуса взрывной полости с учетом скорости деформирования при $n = 2{,}0$; I,5; I,0 составило соответственно: при $m =$ = 0,I – 6,34; 4,8I; 3,52; при $m = 0{,}233$ – I,99; I,86; I,72; при $m =$ = 0,5 – I,73; I,64; I,53; при $m = 0{,}7$ – I,69; I,60; I,49.

Относительное изменение радиуса взрывной полости без учета скорости деформирования при $n = 2{,}0$; I,5; I,0 составило соответственно: при $m =$ = 0,I – 4,I0; 4,0; 3,42; при $m = 0{,}233$ – 3,52; 3,42; 3,09; при $m =$ = 0,5 – 3,I9; 3,06; 2,78; при $m = 0{,}7$ – 3,07; 2,86; 2,65.

Из анализа полученных результатов можно заключить следующее – учет скорости деформирования при расчете величины камуфлетной полости приводит к новым результатам, причем влияние этого фактора изменяется в зависимости от значений коэффициентов, учитывающих дилатансию и внутреннее трение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каталог механических свойств горных пород при широкой вариации видов напряженного состояния и скорости деформирования. Л., Изд. ВНИМИ, 1976.

2. Компанеец А.С. Ударные волны в пластически уплотняющейся среде. ДАН СССР, 1956, т. 109, № 1.

3. Кузнецов В.М. Математические модели взрывного дела. Новосибирск, Наука, 1977.

4. Родионов В.Н., Ромашов А.Н., Адушкин В.В. и др. Механический эффект подземного взрыва. М., Недра, 1971.