Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1984, т. 101

УДК 550.837

К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ПЕТЛИ ДЛЯ ИНДУКЦИОННОГО МЕТОДА ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

В.Х.ЗАХАРОВ

Замкнутая петля, питаемая переменным током, является одним из основных способов возбуждения электромагнитного поля в индукционном методе электроразведки. Степень возбуждения искомого объекта, как известно, является одним из главных факторов повышения эффективности метода.

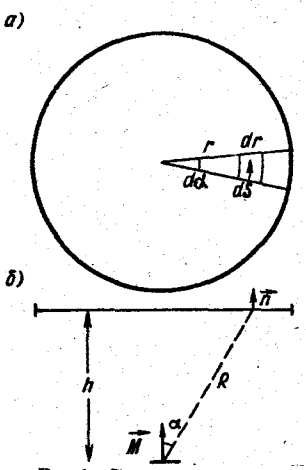


Рис.1. Схема взаимного расположения петли и эквивалентного шару магнитного диполя: а и б – вид в плане и в вертикальной плоскости

Рассмотрим зависимость возбуждения изометрической рудной залежи, принимаемой нами в форме шара, от размеров петли.

Лучшие классификационные возможности индукционного метода электроразведки в варианте замкнутой петли в определении проводимости возмущающего объекта отмечаются при проведении измерений внутри петли [3]. Поэтому наибольший интерес представляет случай, когда рудное тело расположено под центральной частью петли.

Для упрощения выберем форму петли в виде окружности радиуса r (рис.I). Принимая магнитное поле в пределах рудного тела, расположенного на глубине h, однородным, можно считать его влияние равным влиянию кольцевого тока, эквивалентного магнитному диполю [2]. При этом вектор магнитного момента диполя $\bar{M}$ будет иметь направление, противоположное вектору первичного магнитного поля петли. Тогда, согласно условию взаимодействия двух замкнутых токов [5], можем написать

$$\Phi_{1,2}=I_1L_{1,2};\quad \Phi_{2,1}=I_2L_{2,1};\quad L_{2,1}=L_{1,2}=L, \qquad (I)$$

где $\Phi_{1,2}$ – магнитный поток от тока петли I_1 через контур кольцевого тока I_2 шара; $\Phi_{2,1}$ – магнитный поток кольцевого тока шара через контур петли; $L_{1,2}$ и $L_{2,1}$ – соответствующие коэффициенты взаимной индукции.

Так как ток I_2 при прочих равных условиях является лишь следствием магнитного потока $\Phi_{1,2}$, то, приняв ток петли I_1 = I, можно написать $I_2 = KL$, где K – коэффициент, зависящий от частоты возбуждающего поля и электрических свойств рудного тела. Тогда $\Phi_{2,1}=KL^2$, т.е. взаимная ин-

дукция петли и шара тем больше, чем больше магнитный поток от индуцированных в шаре токов через возбуждающую петлю. Но так как поле индуцированных в шаре токов эквивалентно полю магнитного диполя, то напряженность обусловленного ими магнитного поля определится выражением [5]:

$$\vec{H} = \frac{3(\vec{M}\vec{R})\vec{R}}{R^5} - \frac{\vec{M}}{R^3}, \qquad (2)$$

где $\vec{M}$ – магнитный момент диполя; $\vec{R}$ – радиус-вектор точки, в которой измеряется напряженность магнитного поля $\vec{H}$.

В силу аксиальной симметрии магнитное поле диполя может быть однозначно определено по величине и направлению скалярными функциями: напряженностью магнитного поля H и углом ϕ между векторами $\vec{H}$ и $\vec{M}$.

Преобразовав векторное выражение (2), получим

$$H = \frac{M}{R^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}; \quad \phi = \operatorname{arctg}\frac{3\cos\alpha\sin\alpha}{3\cos^2\alpha - 1}, \qquad (3)$$

где α – угол между векторами $\vec{M}$ и $\vec{R}$ (рис.I).

Элементарный магнитный поток через бесконечно малый элемент площади петли (магнитная проницаемость принимается равной I) $d\Phi = dS(\vec{H}\times\vec{n})$, где $\vec{n}$ – единичный вектор-нормаль к элементу площади dS.

Но так как вектор $\vec{n}$ параллелен вектору $\vec{M}$, то $(\vec{H}\times\vec{n}) = H\cos\phi$. Для элемента площади (рис.I) получим выражение $dS = r\,dr\,d\varphi$ (здесь $r = h\operatorname{tg}\alpha$) и соответственно $dr = h\sec^2\alpha\,d\alpha$.

Таким образом, подставив в формулу (3) $R = h/\cos\alpha$, найдем

$$|d\Phi| = \frac{M}{h}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}\,\cos\phi\sin\alpha\,d\alpha\,d\varphi. \qquad (4)$$

Воспользуемся известными тригонометрическими соотношениями [4]:

$$\operatorname{arctg}\eta = \begin{cases} \arccos\sqrt{\dfrac{1}{1+\eta^2}} & \text{при } \eta \geq 0; \\ -\arccos\sqrt{\dfrac{1}{1+\eta^2}} & \text{при } \eta \leq 0; \end{cases} \qquad (5)$$

$$\cos(\pm\arccos\beta) = \beta.$$

Тогда из равенств (3)–(5) получим

$$|d\Phi| = \frac{M}{h}(3\cos^2\alpha - 1)\sin\alpha\,d\alpha\,d\varphi. \qquad (6)$$

Следовательно, полный поток через площадь петли [I]

$$\Phi = \frac{M}{h}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[\int_0^{\alpha} 3\cos^2\alpha\sin\alpha\,d\alpha - \int_0^{\alpha}\sin\alpha\,d\alpha\right] = \frac{2\pi M}{h}(\cos^3\alpha + \cos\alpha). \qquad (7)$$

Очевидно, что магнитный поток через площадь петли будет максимальным при условии $\partial\Phi/\partial\alpha = 0$. Обозначив $2\pi M/h = a$, получим $\partial\Phi/\partial\alpha = 3a\cos^2\alpha\sin\alpha - a\sin\alpha$. Значит, указанное условие будет соблюдено при $\cos^2\alpha = 1/3$ или $\alpha \cong 54^{\circ}40'$.

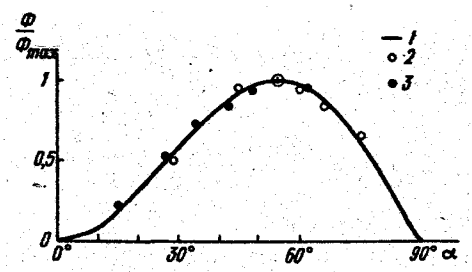


Рис.2. Графики функции $\Phi(\alpha)/\Phi_{max}(\alpha=54^{\circ}40')$
1 – теоретическая кривая; 2 и 3 – экспериментальные значения при h, равном 5 и 10 см

Существование Φ_{max} при конечном размере петли означает, что в точках, лежащих на выходящих из центра шара лучах под углом $\alpha = 54^{0}40'$ относительно вектора магнитного момента, направление напряженности магнитного поля параллельно плоскости петли, а по разные стороны этих точек вертикальные составляющие H имеют встречные направления.

При увеличении радиуса петли до $r/h = tg\ 54^{0}40' = 1{,}41$ магнитный поток через ее площадь постепенно растет. Дальнейшее увеличение размеров петли приводит к уменьшению магнитного потока (рис.2). Аналогично меняется и возбуждение рудной залежи.

Таким образом, при одинаковой силе тока в петле увеличение ее размеров более чем $r/h = 1{,}41$ ведет к ухудшению условий возбуждения искомого объекта. Этот недостаток большей петли усиливается еще тем, что для создания равного тока в ней потребуется увеличение мощности источника питания.

Особенно значительную роль размер петли будет играть в методе становления поля [6], где та же петля может служить для приема вторичного магнитного поля. В этом случае эффективность аномального возмущения над искомым объектом будет определяться квадратом приведенной функции (рис.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. 3-е изд. М., Гостехтеориздат, 1953.

2. Дивильковский М.А. Задача о шаре, помещенном в однородное переменное магнитное поле. – Журнал теоретической физики, 1939, т.9, вып.5.

3. Кауфман А.А. Три способа возбуждения поля в низкочастотной электроразведке рудных месторождений. – Геология и геофизика. Сб. научных трудов. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.

4. Рыжик И.М., Градштейн И.С. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. 3-е изд. М.-Л., Гостехиздат, 1951.

5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. 6-е изд. М., Гостехтеориздат, 1956.

6. Якубовский Ю.В., Кауфман А.А., Коваленко В.Ф. О возможностях метода становления при поисках хорошо проводящих рудных тел. – Изв. вузов. Сер. Геология и разведка, 1960, № 3.