Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1984, т. 101

УДК 550.838.01

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ В РАЗРЕЗЕ СВОДОВ ЛИНЕЙНЫХ АНТИКЛИНАЛЬНЫХ СКЛАДОК ПО АНОМАЛИЯМ ΔT

В.П.ЗАХАРОВ

Складчатые структуры, в том числе антиклинальные, выявляются магнитной съемкой благодаря наличию в них магнитных маркирующих горизонтов или толщ. Достаточно часто встречаются антиклинальные складки, в разрезе которых имеется только один такой горизонт. Если последний эродирован в своде структуры, то ее магнитная аномалия в двумерном варианте фактически представляет собой сумму соответствующих полей двух пластовых тел, вскрытых на крыльях антиклинали и имеющих одинаковые намагниченности и мощности. Магнитная аномалия антиклинальной складки сундучного типа с сохранившимся в своде маркирующим горизонтом также может рассматриваться как сумма полей двух пластовых тел [1]. В последнем случае маломощный маркирующий горизонт по внешнему полю эквивалентен двум безграничным по падению пластам той же мощности, совпадающим в разрезе с биссектрисами углов, которые образует свод с крыльями складки. Отсюда следует, что подход к определению по магнитному полю координат угловых точек сечения сундучной складки и верхних кромок пластов малой мощности, вскрытых эрозией на крыльях антиклинали, при наличии одного маркирующего горизонта будет одинаков. Ниже на примере аномалии ΔT приводится обоснование предлагаемого способа нахождения координат упомянутых точек, который естественно также будет применим для аномалий Z_a и H_a [2].

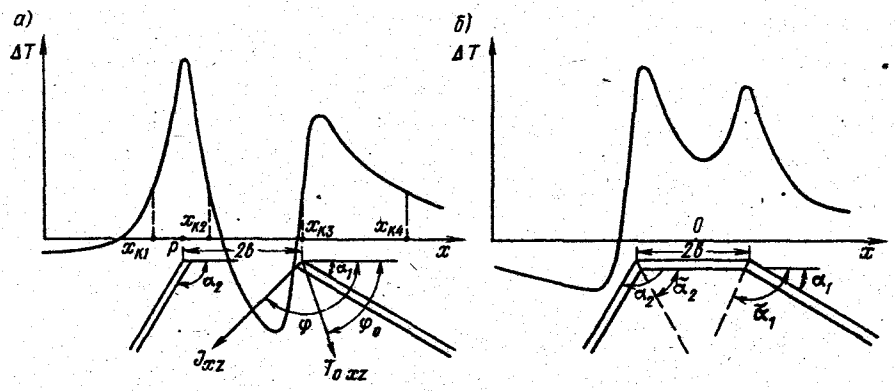


Рис.1. Аномалии ΔT и схематические разрезы антиклинальных складок с эродированным (а) и сохранившимся в своде (б) магнитным горизонтом

В СИ аналитическое выражение приращения модуля вектора индукции магнитного поля двух маломощных пластов, падающих соответственно под углами α_1 и α_2 (рис.I,а), при расположении начала координат на равном удалении от выходов этого маркирующего горизонта на уровень эрозионного среза описывается формулой

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{2\pi} J_{xz} \Delta h \frac{\sin I}{\sin\varphi_0}\left[\frac{h\cos\varepsilon_1 - (x-b)\sin\varepsilon_1}{h^2+(x-b)^2} + \frac{h\cos\varepsilon_2 - (x+b)\sin\varepsilon_2}{h^2+(x+b)^2}\right], \quad (I)$$

где μ_0 – абсолютная магнитная проницаемость; J_{xz} – проекция вектора намагниченности на плоскость $x0z$; Δh – истинная мощность пласта; I – угол нормального магнитного наклонения; φ_0 – проекция угла I на плоскость $x0z$; h – глубина залегания верхней кромки пласта; $2b$ – расстояние между выходами пласта на уровень эрозионного среза; $\varepsilon_1 = 90^0 - \varphi - \varphi_0 + \alpha_1$; $\varepsilon_2 = 90^0 - \varphi - \varphi_0 + \alpha_2$; φ – угол между вектором J_{xz} и осью x.

Отметим, что все углы отсчитываются от положительного направления оси x.

Аномалия ΔT сундучной складки, в строении которой принимает участие один маломощный горизонт магнитных пород, горизонтально залегающий в своде структуры, описывается выражением [I]

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{2\pi} J_{xz} \Delta h \frac{\sin I}{\sin\varphi_0}\left[-\cos\tilde{\alpha}_1 \frac{h\cos\tilde{\varepsilon}_1 - (x-b)\sin\tilde{\varepsilon}_1}{h^2+(x-b)^2} + \cos\tilde{\alpha}_2 \frac{h\cos\tilde{\varepsilon}_2 - (x+b)\sin\tilde{\varepsilon}_2}{h^2+(x+b)^2}\right], \quad (2)$$

где $\tilde{\alpha}_1$ и $\tilde{\alpha}_2$ – углы падения соответственно правого и левого фиктивных пластов, эквивалентных по внешнему магнитному полю маркирующему горизонту сундучной складки; $\tilde{\varepsilon}_1 = 90^0 - \varphi - \varphi_0 + \tilde{\alpha}_1$; $\tilde{\varepsilon}_2 = 90^0 - \varphi - \varphi_0 + \tilde{\alpha}_2$ (рис.I,б).

Выражения (I) и (2) могут быть записаны в виде дроби [3]

$$\Delta T = (C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4)/(x^4 + C_5 x^2 + C_6), \quad (3)$$

коэффициенты которой C_i зависят от координат искомых точек разреза, намагниченности, мощности, углов падения пород, ориентировке векторов T_0 и J, а также постоянных, входящих в выражения (I) и (2). Очевидно, что коэффициенты C_5 и C_6 для аномалий, описываемых формулами (I) и (2), одинаковы, а остальные – различны.

Из выражения (3) следует, что аномалия ΔT любой из рассматриваемых складок является суммой четной и нечетной составляющих относительно x, поэтому одним из путей, ведущих к определению h и b, который и рассматривается в данной статье, является выделение и использование четной составляющей. Для нахождения последней требуется предварительно установить, где на линии профиля расположена точка O – начало координат системы, в которой записано выражение (3). Чтобы решить эту задачу, представляется целесообразным перенести начало координат в произвольную точку P оси x, что позволяет, обозначив как ξ абсциссу точки O, записать выражение (3) в виде

$$\Delta T = \frac{C_1(x-\xi)^3 + C_2(x-\xi)^2 + C_3(x-\xi) + C_4}{(x-\xi)^4 + C_5(x-\xi)^2 + C_6}. \qquad (4)$$

Следовательно, в точке x_k значение ΔT_k будет определяться уравнением

$$\Delta T_k = \frac{C_1(x_k-\xi)^3 + C_2(x_k-\xi)^2 + C_3(x_k-\xi) + C_4}{(x_k-\xi)^4 + C_5(x_k-\xi)^2 + C_6}, \qquad (5)$$

из которого вытекает, что

$$\Delta T_k(x_k-\xi)^4 - C_1(x_k-\xi)^3 + (C_5\Delta T_k - C_2)(x_k-\xi)^2 - C_3(x_k-\xi) + C_6\Delta T_k - C_4 = 0. \qquad (6)$$

Из выражения (6), в соответствии со свойствами корней уравнения четвертой степени, и следует

$$\sum_{k=1}^{4}(x_k-\xi) = C_1/\Delta T_k. \qquad (7)$$

Преобразовав выражение (7) к виду

$$\frac{0{,}25}{\Delta T_k} = \frac{0{,}25}{C_1}\sum_{k=1}^{4} x_k - \frac{1}{C_1}\xi, \qquad (8)$$

получим уравнение прямой в системе координат с началом в точке P, причем абсциссы и ординаты этой прямой соответственно будут $0{,}25\sum_{k=1}^{4} x_k$ и $0{,}25/\Delta T_k$. Эта прямая отсекает на оси абсцисс отрезок, равный ξ, т.е. пересекает эту ось в точке O.

Если магнитное поле представляет сумму аномалии ΔT и некоторого неизвестного постоянного фона C_0, то с графика практической кривой может быть снято только значение $(\Delta T + C_0)$. Понимая под ΔT_k значение аномального поля в точке x_k, а под $(\Delta T_k + C_0)$ - практически наблюдаемую в той же точке величину, выражение (7) в общем случае следует записать как функцию от $(\Delta T_k + C_0)$. В этом случае оно примет вид

$$\sum_{k=1}^{4}(x_k-\xi) = C_1/\left[(\Delta T_k + C_0) - C_0\right]. \qquad (9)$$

Преобразуем выражение (9), тогда

$$\frac{0{,}25}{\Delta T_k + C_0} = \frac{0{,}25\sum_{k=1}^{4} x_k - \xi}{C_0\sum_{k=1}^{4} x_k + C_1 - 4C_0\xi}. \qquad (10)$$

В системе координат с началом в точке P, абсциссами и ординатами соответственно $0{,}25\sum_{k=1}^{4} x_k$ и $0{,}25/(\Delta T_k + C_0)$ уравнение (10), являющееся общим случаем уравнения (8), характеризует дробно-линейную функцию, график которой - равносторонняя гипербола с асимптотами, параллельными осям координат (рис.2,а).

Уравнение (6) может иметь четыре действительных или два действительных и два комплексных корня в зависимости от значения ΔT_k. Для нахождения ξ с помощью зависимости, изображенной на рис.2,а, следует использовать такие значения ΔT_k, которые встречаются в четырех или трех точках

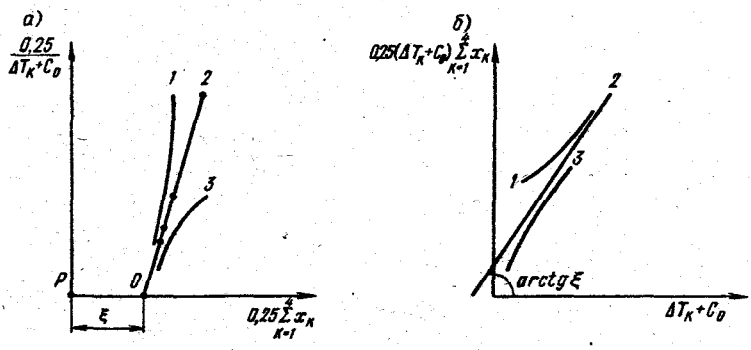


Рис.2. Графические способы определения положения середины свода антиклинальной складки по аномалии ΔT: а – по уравнению (10); б – по уравнению (12) 1–3 – соответственно при $C_0 < 0$, $C_0 = 0$, $C_0 > 0$

профиля. В последнем случае одно из значений ΔT_k очевидно будет экстремумом аномалии ΔT в точке, абсцисса которой является корнем второй кратности.

Для практического нахождения ξ на линии профиля выбирают произвольную точку P (см. рис.I,а) – начало координат системы, в которой записаны выражения (4)–(I0), и находят алгебраическую сумму абсцисс некоторых четырех равных значений ΔT_k, если $C_0 = 0$, или $\Delta T_k + C_0$, если $C_0 \neq 0$. По значениям $\sum_{k=1}^{4} x_k$ и $(\Delta T_k + C_0)$ в соответствующей системе координат (рис.2,а) находят точку, принадлежащую линии, уравнение которой описывается выражениями (8) или (I0). Многократно повторяя эту операцию при том же положении точки P и разных значениях $(\Delta T_k + C_0)$, получают множество точек, принадлежащих в общем случае гиперболе (I0), а при $C_0 = 0$ – прямой (8). В последнем случае, продолжая эту прямую до пересечения с осью абсцисс, устанавливают положение искомой точки O. Если найденные точки не ложатся на прямую, а принадлежат гиперболе, то с учетом вида этой кривой (рис.2,а) смещают нулевую линию графика ΔT на некоторую постоянную и повторяют всю операцию снова. В конечном счете правильное положение нулевой линии графика ΔT определяется подбором с целью нахождения такого уровня поля, при котором гипербола (I0) вырождается в прямую (8). Отметим, что использование микрокалькуляторов типа В–3–34 или МК–56 позволяет, составив элементарные программы, решить эту задачу методом автоматизированного подбора за несколько минут.

Можно рекомендовать еще один способ нахождения ξ, также вытекающий из уравнения (8).

Преобразовав последнее к виду

$$0{,}25\,\Delta T_k \sum_{k=1}^{4} x_k = \xi\,\Delta T_k + 0{,}25\,C_1, \qquad (11)$$

легко заметить, что в системе координат, где по оси абсцисс откладывается ΔT_k, а по оси ординат – значение $0{,}25\Delta T_k \sum_{k=1}^{4} x_k$, выражение (II) есть

уравнение прямой с угловым коэффициентом ξ (рис.2,б). Это утверждение справедливо при $C_0 = 0$.

При наличии неизвестного постоянного фона C_0 с графика магнитного поля практически можно снять только сумму $(\Delta T_k + C_0)$, поэтому в общем случае используется система координат $(\Delta T_k + C_0)$; $0{,}25(\Delta T_k + C_0)\sum_{k=1}^{4} x_k$. При $C_0 \neq 0$ уравнение (II) приобретает вид

$$0{,}25(\Delta T_k + C_0)\sum_{k=1}^{4} x_k = \xi(\Delta T_k + C_0) + 0{,}25\left(C_0\sum_{k=1}^{4} x_k + C_1 - C_0\xi\right). \qquad (I2)$$

Характер кривых, отвечающих выражению (I2), позволяет установить знак C_0 (рис.2,б), что дает возможность, смещая нулевую линию графика магнитного поля в требуемом направлении, подбором найти правильный уровень поля. Последний соответствует тому частному случаю, когда точки кривой (I2), будут ложиться на одну прямую, описываемую уравнением (II). Определив угловой коэффициент этой прямой, равный ξ, с учетом знака ξ устанавливают положение точки O на линии профиля.

После нахождения любым из двух способов положения точки O – начала координат системы, в которой записаны выражения (I)-(3), элементарно вычисляются значения четной составляющей $\Delta_1 T$ аномалии ΔT сундучной или вскрытой эрозией антиклинальной складки. Для точек с произвольными абсциссами x_n и $-x_n$, как следует, в частности, из выражения (3), справедливо равенство $\Delta_1 T(x_n) = \Delta_1 T(-x_n) = 0{,}5\Delta T(x_n) + \Delta T(-x_n)$, что позволяет найти значения четной составляющей $\Delta_1 T$ в любых точках профиля.

Использование функции $\Delta_1 T$ позволяет получить простые формулы для вычисления h и b. Вывод некоторых из таких формул приводится ниже.

Из выражения (3) следует, что в общем случае четная составляющая аномалии ΔT рассматриваемых структур может быть записана в виде

$$\Delta_1 T = (C_2 x^2 + C_4)/(x^4 + C_5 x^2 + C_6). \qquad (I3)$$

В начале координат ($x = 0$) имеем $\Delta_1 T(0) = C_4/C_6$. Следовательно, для произвольной точки x_n, где значение четной составляющей $\Delta_1 T(x_n) = n\Delta T(0)$, справедливо уравнение

$$n\frac{C_4}{C_6} = \frac{C_2 x_n^2 + C_4}{x_n^4 + C_5 x_n^2 + C_6}, \qquad (I4)$$

из которого следует, что

$$nC_4 x_n^4 - (C_2 C_6 - nC_4 C_5) x_n^2 + (n-1) C_4 C_6 = 0. \qquad (I5)$$

Отсюда, используя свойство корней биквадратного уравнения, получаем

$$x_{n1}^2 + x_{n2}^2 = \frac{C_2 C_6}{nC_4} - C_5; \quad x_{n1}^2 x_{n2}^2 = \frac{n-1}{n} C_6. \qquad (I6)$$

В частном случае, при $n = 1$, уравнение (I5) принимает вид

$$C_4 x_0^4 - (C_2 C_6 - C_4 C_5) x_0^2 = 0, \qquad (I7)$$

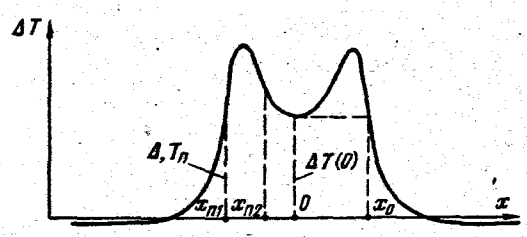


Рис.3. Четная составляющая аномалии ΔT сундучной складки

где x_0 – абсцисса точки, в которой значение четной составляющей аномалии (рис.3) равно $\Delta_1 T(0)$.

Из выражения (I7) следует, что

$$x_0^2 = C_2 C_6 / C_4 - C_5. \qquad (I8)$$

Рассматривая совместно выражения (I6) и (I8) и принимая во внимание, что, как это следует из формул (I) и (2), $C_5 = -2(b^2 - h^2)$ и $C_6 = (h^2 + b^2)^2$, получаем

$$b^2 - h^2 = \frac{n(x_{n1}^2 + x_{n2}^2) - x_0^2}{2(n-1)}; \quad b^2 + h^2 = x_{n1} x_{n2} \sqrt{\frac{n}{n-1}}. \qquad (I9)$$

Отсюда следует, что для вычисления h и b будут справедливы формулы

$$h^2 = 0{,}5\left[x_{n1} x_{n2}\sqrt{\frac{n}{n-1}} - \frac{n(x_{n1}^2 + x_{n2}^2) - x_0^2}{2(n-1)}\right];$$

$$b^2 = 0{,}5\left[x_{n1} x_{n2}\sqrt{\frac{n}{n-1}} + \frac{n(x_{n1}^2 + x_{n2}^2) - x_0^2}{2(n-1)}\right]. \qquad (20)$$

Отметим, что для нахождения h и b возможно многократное использование формул (20) при разных значениях n и соответственно x_n, что позволяет избежать грубых ошибок в определении этих неизвестных.

После вычисления h и b можно установить разность углов падения крыльев вскрытой эрозией антиклинальной складки, используя выражение (I8) после подстановки в него значений коэффициентов C_i, вытекающих из выражения (I). Не останавливаясь на простых преобразованиях, приведем конечную формулу

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \frac{h}{b}\,\frac{3b^2 - h^2 - x_0^2}{b^2 - 3h^2 - x_0^2}. \qquad (2I)$$

Подчеркнем, что формулу (2I) нельзя использовать для вычисления разности углов падения крыльев сундучной складки; это объясняется несовпадением значений коэффициентов C_2 и C_4 аналитических выражений (I) и (2). Лишь в частном случае, когда такая складка симметрична и $\varphi + \varphi_0 = 180^0$, формула (2I) дает значение $-\operatorname{tg}\alpha/2$, где α – угол падения крыла складки.

В связи с тем, что формула (2I) применима лишь в случае, когда магнитный горизонт в своде антиклинальной складки эродирован, следует остановиться на том, всегда ли различимы визуально магнитные аномалии вскрытых и не вскрытых эрозией антиклинальных структур, в строении которых принимает участие один маломощный горизонт магнитных пород.

Из аналитического выражения (13), справедливого для четных составляющих $\Delta_1 T$ аномалий обеих структур, следует, что абсциссы точек, в которых $\Delta_1 T = 0$, будут $x_{1,2} = \pm\sqrt{-C_4/C_2}$. Подставив значения коэффициентов C_2 и C_4, вытекающие из формулы (1), получаем для антиклинальной складки, у которой магнитные породы в своде эродированы,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{(h^2+b^2)\frac{b\sin\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2} - h\cos\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}}{b\sin\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2} + h\cos\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}}}. \qquad (22)$$

Отсюда следует, что вещественные значения абсцисс x_1 и x_2 существуют лишь при выполнении условия $b/h \geq \operatorname{ctg}[(\alpha_2-\alpha_1)/2]$. Таким образом, в зависимости от значений b/h и $(\alpha_2-\alpha_1)$ четная составляющая аномалии ΔT такой складки может быть представлена полем как двух, так и одного знака. Число экстремумов рассматриваемой аномалии $\Delta_1 T$ также определяется соотношениями между указанными параметрами складки. Из условия $\partial\Delta_1 T/\partial x$ следует, что всегда существует экстремум $\Delta_1 T$ в начале координат ($x = 0$), а абсциссы остальных экстремумов определяются выражением

$$x_{ext}^2 = \frac{-C_4 \pm\sqrt{C_4^2 + C_2(C_2C_6 - C_4C_5)}}{C_2}. \qquad (23)$$

Подставив значения коэффициентов C_i, вытекающие из формулы (1), в выражение (23) и выполнив необходимые преобразования, получим

$$x_{ext}^2 = \frac{(h^2+b^2)\left(b\sin\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2} - h\cos\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}\right) \pm 2bh\sqrt{h^2+b^2}}{b\sin\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2} + h\cos\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}}. \qquad (24)$$

Так как $0 < \alpha_2 - \alpha_1 < 180^\circ$, то знаменатель выражения (24) всегда положителен и существование вещественных значений x_{ext} определяется только положительным значением его числителя. Соответствующие исследования последнего позволяют установить условия существования одного, трех и пяти экстремумов аномалии $\Delta_1 T$, вскрытой эрозией антиклинальной складки (рис. 4, а). Знаки изображенных кривых аномалий $\Delta_1 T$ такой структуры соответствуют условию $0 < \varphi + \varphi_0 - \frac{\alpha_2-\alpha_1}{2} < 180^\circ$. При невыполнении последнего условия знак всех аномалий меняется на противоположный.

Исследование выражения (23) для сундучной складки показывает, что для такой структуры не только знак, но и характер аномалии $\Delta_1 T$ в общем случае зависит от значения $\varphi + \varphi_0$. По этой причине не удалось установить условие существования разных типов составляющих $\Delta_1 T$ в виде зависимости $b/h = f(\alpha_1, \alpha_2, \varphi, \varphi_0)$. Решение получено лишь для частного, правда достаточно широко распространенного на практике, случая симметричной сундучной складки при произвольных направлениях намагниченности и современного намагничивающего поля (рис. 4, б).

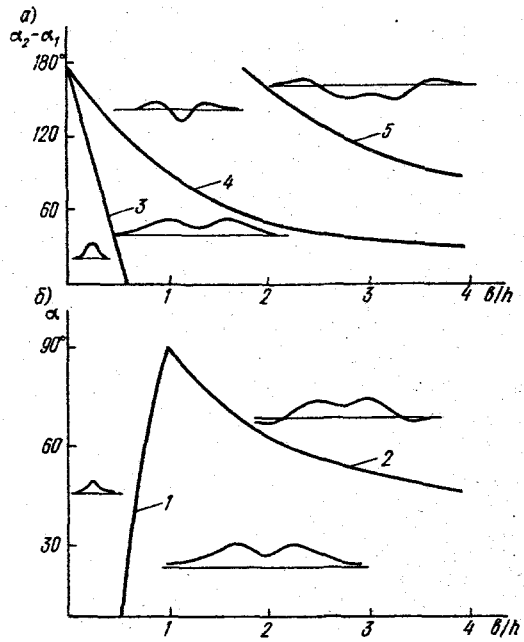


Рис.4. Типы кривых и области существования четных составляющих аномалии ΔT при отсутствии горизонта магнитных пород в своде структуры (а) и его наличии (б)

1-5 - по уравнениям соответственно

$\alpha=2\arcsin\left[h(3b^2-h^2)/(h^2+b^2)^{3/2}\right]$; $\alpha=2\arcsin\left[h/(h^2+b^2)^{1/2}\right]$;

$\alpha_2-\alpha_1=2\arcsin\left[h(h^2-3b^2)/(h^2+b^2)^{3/2}\right]$; $\alpha_2-\alpha_1=2\arcsin\left[h/(h^2+b^2)^{1/2}\right]$;

$\alpha_2-\alpha_1=2\arcsin\left[h(3b^2-h^2)/(h^2+b^2)^{3/2}\right]$

Сопоставление рис.4,а и б приводит к заключению, что в достаточно широком диапазоне изменения отношения b/h четные составляющие аномалий ΔT пологих сундучных и вскрытых эрозией антиклинальных складок с крутым падением крыльев (разность $\alpha_2-\alpha_1$ мала) будут практически неотличимы друг от друга. Большое сходство будет отмечаться и у аномалий ΔT таких структур при указанных выше условиях. Это необходимо учитывать при попытках использовать формулу (21) для вычисления разности углов падения крыльев складки и при геологических заключениях, которые делаются о характере складчатых структур по их магнитному полю.

Из рис.4 следует, что применение формул (20) для вычисления h и b имеет некоторое ограничение, связанное с тем, что не у всех типов кривых $\Delta_1 T$ определима абсцисса x_0. Она не может быть найдена по графикам $\Delta_1 T$, имеющим один экстремум, что характерно для очень узких складок, и по графикам, у которых в начале координат наблюдается $\Delta_1 T < 0$. В первом случае параметр b вообще не может быть определен сколь либо устойчиво, а глубину h можно установить любым из способов, справедливых для магнитных аномалий узких антиклинальных складок, не вскрытых эрозией; во втором случае h и b уместно вычислять по формулам, опубликованным в работе [1], которые предусматривают использование не x_0, а абсциссы максимума аномалии $\Delta_1 T$.

В заключение отметим, что описанные выше способы установления правильного для данной аномалии уровня поля, определения положения начала координат, вычисления h, b и $(\alpha_2-\alpha_1)$ могут быть использованы и тогда, когда в ядре складки залегает вскрытая эрозией мощная толща пород, отличающихся по намагниченности от отложений, развитых на крыльях. Однако при таком распределении магнитных пород в разрезе изложенные выше способы применимы не для аномалии ΔT, а для аномалии ее горизонтального градиента $\Delta T'_x$ и его четной составляющей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В.П. Определение положения маломощного горизонта в разрезе сундучной складки по симметричной аномалии ΔT. - В кн.: Геофизические методы поисков и разведки месторождений нефти и газа. Межвуз. сб. научных трудов. Пермь, изд. Пермского ун-та, 1981.

2. Логачев А.А., Захаров В.П. Магниторазведка. Л., Недра, 1979.

3. Шалаев С.В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. Л., Недра, 1972.