Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1984, т. 101

УДК 550.361

ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЙ КЛИМАТА И ИНФИЛЬТРАЦИИ ВОД НА ТЕРМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ СЛОИСТОЙ ТОЛЩИ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Г.А.ЧЕРЕМЕНСКИЙ

Изучение влияний климатических колебаний и инфильтрации вод на термический режим верхней части слоистой земной коры, слоев суточных, годовых, многолетних и прочих теплооборотов имеет важное значение для интерпретации гидрогеологических, геофизических, инженерно-геологических и прочих данных, для установления закономерностей распространения, формирования и сохранения месторождений полезных ископаемых, при поисках, разведке и эксплуатации этих месторождений, при оценке общего теплового баланса земной поверхности, а также при решении агротехнических, инженерно-строительных и других задач [1, 2, 3, 5–10].

До настоящего времени задача совместного влияния инфильтрации вод и колебаний термического режима земной коры решена только для однородной толщи (Н.А.Огильви [7]).

В данной статье рассмотрим эту же задачу для слоистой толщи, состоящей из n горизонтально залегающих плоских, однородных, изотропных пластов различных физических свойств без источников поглощения и выделения тепла при одномерной вертикальной фильтрации вод.

Для решения задачи используем прямоугольную систему координат xyz. При этом плоскость $x0y$ совместим с дневной поверхностью, а ось z направим вертикально вниз по направлению движения вод. Будем считать скорость фильтрации постоянной в пределах каждого пласта, а температуру зависящей только от глубины. При таких условиях температура в k-м слое должна удовлетворять уравнению [4]

$$\frac{\partial^2 t_k}{\partial z^2} - M_k \frac{\partial t_k}{\partial z} = N_k \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad k = 1, 2, \ldots, n, \qquad (1)$$

где t_k – температура k-го слоя; $M_k = v_k / P_k$; v_k – скорость фильтрации в k-м слое; P_k – отношение эффективного коэффициента теплопроводности к объемной теплоемкости жидкости; $N_k = 1/a_k$; a_k – коэффициент температуропроводности k-го слоя; τ – время.

На границах слоев должны соблюдаться непрерывность вертикальной составляющей плотности теплового потока и температуры

$$\lambda_k \frac{\partial t_k}{\partial z}\bigg|_{z=H_k} = \lambda_{k+1} \frac{\partial t_{k+1}}{\partial z}\bigg|_{z=H_k};$$

$$t_k\Big|_{z=H_k} = t_{k+1}\Big|_{z=H_k},$$

где λ_k и λ_{k+1} - коэффициенты теплопроводности k-го и $(k+1)$-го слоев.

Для исследования квазистационарного процесса распространения температурных волн будем считать, что на земной поверхности выполняется следующее условие

$$t_0 = t_1\Big|_{z=0} = T_0 \cos\omega\tau, \tag{2}$$

где t_0 - температура; T_0 - амплитуда колебаний; ω - круговая частота.

Поставленную задачу будем решать в комплексной плоскости. В этом случае условие (2) примет вид

$$t_1^*\Big|_{z=0} = T_0 e^{i\omega\tau} \tag{3}$$

и

$$t_k^* = \mathrm{Re}\, t_k^*, \tag{4}$$

где t_k^* - комплексная температура k-го слоя.

Заметим, что функция

$$t_k^* = T_k(z)\, e^{i\omega\tau} \tag{5}$$

является решением уравнения (I) с краевым условием (3), если $T_k(z)$ удовлетворяет уравнению

$$T_k''(z) - M_k T'(z) = i\omega N_k T_k(z) \tag{6}$$

со следующими условиями:

$$\lambda_k T_k'(z)\Big|_{z=H_k} = \lambda_{k+1} T_{k+1}'(z)\Big|_{z=H_k}; \tag{7}$$

$$T_1(0) = T_0;\quad T_n(z)\Big|_{z=\infty} = 0;\quad T_k(H_k) = T_{k+1}(H_k), \tag{8}$$

где λ_k - теплопроводность k-го слоя.

Уравнение (6) имеет единственное решение

$$T_k(z) = A_k e^{m_{1,k} z} + B_k e^{m_{2,k} z}, \tag{9}$$

где

$$m_{1,2,k} = \frac{1}{2} M_k \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} M_k\right)^2 + i\omega N_k} = b_{1,2,k}^* \pm i c_k^*;$$

$$b_{1,2,k}^* = \frac{1}{2} M_k \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{1}{2} M_k\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{1}{2} M_k\right)^4 + \omega^2 N^2}};$$

$$c_k^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{2} M_k\right)^4 + \omega^2 N^2} - \left(\frac{1}{2} M_k\right)^2}.$$

Для определения A_k и B_k подставим (9) в уравнения (7) и (8), после чего, используя векторно-матричные обозначения, имеем

$$\begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix} = D_k \begin{bmatrix} A_{k+1} \\ B_{k+1} \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

где

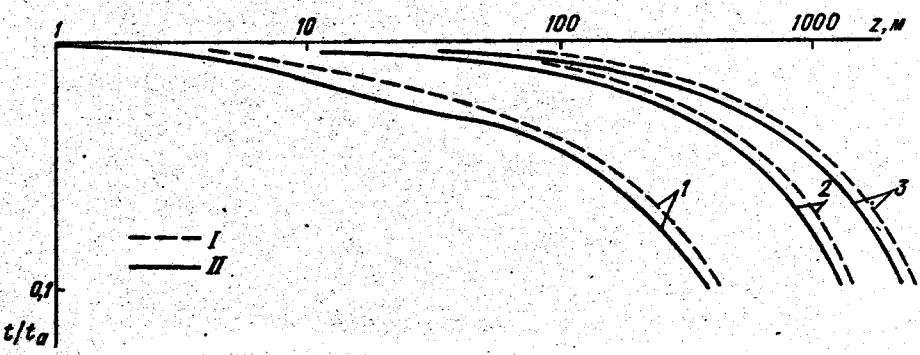
$$D_k = \frac{\dfrac{\lambda_{k+1}}{\lambda_k} e^{-H_k(m_{1,k}+m_{2,k})}}{m_{2,k}-m_{1,k}} \begin{Vmatrix} m_{2,k}e^{m_{2,k}H_k}; & -e^{m_{2,k}H_k} \\ -m_{1,k}e^{m_{1,k}H_k}; & e^{m_{1,k}H_k} \end{Vmatrix} \times$$

$$\times \begin{Vmatrix} e^{m_{1,k+1}H_k}; & e^{m_{2,k+1}H_k} \\ m_{1,k+1}e^{m_{1,k+1}H_k}; & m_{2,k+1}e^{m_{2,k+1}H_k} \end{Vmatrix}. \qquad (11)$$

При $m_{2,k} \neq m_{1,k}$ матрица преобразования D является неособой. Используя (10) с учетом (8), имеем

$$\begin{bmatrix} T_n - B_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_{n-1} \times \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix}; \quad A_n = 0. \qquad (12)$$

Вычисления по формулам (10), (11) и (12) с последующей подстановкой в формулы (9), (5) и (4) лучше всего производить на ЭВМ.



Изменение амплитуды температурных колебаний земной поверхности с глубиной z в слоистой толще
I – при $H_i = \infty$; II – четырехслойная толща; 1, 2 и 3 – период колебаний, равный 1, 11 и 35 годам

Результаты таких вычислений для четырехслойной толщи приведены на рисунке. Параметры четырехслойной толщи следующие:

Номер слоя k	1	2	3	4
Мощность слоя H_k, м	1	20	30	30-∞
Коэффициент температуропроводности a_k, 10^{-7} м^2/с	5,56	8,34	11,12	38,92
λ_k, Вт/(м·К)	1,5	1,0	1,5	6,0

Согласно приведенным закономерностям наблюдается совместное влияние инфильтрации вод и колебаний климата, толщины слоев и их физических свойств на тепловое поле земной коры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будыко М.И. Тепловой баланс земной поверхности. М., Гидрометеоиздат, 1956.
2. Геотермические исследования и использование тепла Земли. М., Наука, 1966.
3. Дахнов В.Н., Дьяконов Д.И. Термические исследования скважин. М., Гостоптехиздат, 1952.
4. Лыков А.В. Массотеплоперенос в капиллярно-пористых средах. – В кн.: Тепло- и массоперенос в капиллярно-пористых телах / Под ред. А.В.Лыкова. Минск, „Наука и техника", 1965.
5. Макаренко Ф.А. Некоторые результаты изучения подземного стока. – Труды лаб. гидрогеологических проблем АН СССР, 1948, т. 1.
6. Овчинников А.М. Минеральные воды. М., Госгеолиздат, 1947.
7. Проблемы геотермии и практического использования тепла Земли. М., Изд-во АН СССР, 1959–1961, т. 1–2.
8. Толстихин Н.И. Подземные воды мерзлой зоны литосферы. М., Госгеолиздат, 1941.
9. Фролов Н.М. Температурный режим гелиотермозоны. М., Недра, 1966.
10. Шульгин А.М. *Температурный режим почвы*. М., *Гидрометеоиздат*, 1957.