Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1985, т.105

УДК 622.245.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПРИ БУРЕНИИ ГОРНЫХ ПОРОД ПЛАВЛЕНИЕМ

В.К.ЧИСТЯКОВ

В связи с распространением буровых работ в самых разнообразных геологических и природных условиях, постоянным увеличением глубин разведочных и эксплуатационных скважин, интенсификацией традиционных и разработкой новых технологических способов бурения все большее значение на всех этапах сооружения скважины приобретают происходящие в ней тепло- и массообменные процессы, а температурный фактор во многих случаях становится одним из основных технологических параметров, определяя не только эффективность выполнения отдельных операций, но и саму возможность успешной проходки скважины.

В первую очередь это относится к тепловым способам разрушения или разупрочнения горных пород при бурении скважин, разработке и практическому внедрению которых уделяется все больше внимания в последние годы. В условиях интенсивного воздействия различных физических полей на горные породы в зоне забоя скважины за счет возникающих при нагреве термических напряжений или агрегатных изменений происходит резкое ослабление прочностных свойств пород или их полное разрушение и отделение от массива. Бурение скважин плавлением горных пород является одним из перспективных и универсальных тепловых способов проходки скважин в сложных геологических и горнотехнических условиях, отличительными особенностями технологии которого являются высокая концентрация тепловой энергии в зоне забоя, эффективная ее передача породам для обеспечения заданной скорости плавления, выдавливание образующегося расплава из зоны забоя, формование из него на стенках скважины монолитного и прочного остеклованного слоя и удаление остатков расплава на поверхность или в специальное скважинное шламосборное устройство. Передача тепловой энергии к поверхности плавления пород забоя в общем случае может осуществляться излучением, конвекцией и контактной теплопередачей, последняя из-за специфических особенностей технологического процесса бурения скважины в настоящее время получила более широкое практическое применение [2, 3, 6-8].

Детальное изучение процесса бурения скважин плавлением горных пород с целью правильного и обоснованного выбора его определяющих параметров, разработки и совершенствования технических средств, повышения эффективности их работы невозможно без построения замкнутой, достаточно общей математической модели контактного плавления, оценки значимости и целесообразности

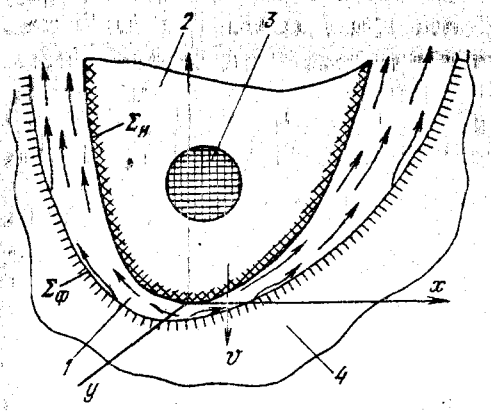


Схема процесса контактного плавления пород
1 – слой расплава; 2 – нагревающее устройство; 3 – тепловыделяющий элемент; 4 – массив горных пород

учета тех или иных факторов и упрощения на этой основе основных уравнений, описывающих явления тепло- и массопереноса при бурении-плавлении, для построения на их основе новых математических моделей различных классов точности, позволяющих эффективно рассчитывать разнообразные процессы контактного плавления.

Схематично процесс бурения скважины контактным плавлением горных пород на забое можно описать следующим образом. В нагревательном устройстве 2 равномерно распределены тепловые источники 3, твердая непроницаемая рабочая поверхность нагревателя $\Sigma_н$ разогрета до температуры $t_н$, превышающей температуру плавления пород $t_ф$ (см. рисунок). Под действием внешних сил устройство перемещается в твердой среде 4 с некоторой скоростью v, а образующийся при плавлении расплав породы I выдавливается через зазор между рабочей поверхностью устройства $\Sigma_н$ и поверхностью плавления пород на забое скважины $\Sigma_ф$.

Рассмотрим установившиеся режимы бурения-плавления с постоянной скоростью $v = const$. Для построения математической модели процессов тепломассопереноса в криволинейном слое расплава воспользуемся общими балансовыми уравнениями сохранения массы, количества движения и энергии, записанными в интегральной форме [4]:

$$\int_\sigma \rho_ж v_n \, d\sigma = 0; \quad \int_\sigma \rho_ж \vec{v} v_n \, d\sigma = \int_\tau \rho_ж \vec{F} \, d\tau_n \int_\sigma p\vec{n} \, d\sigma + \int_\sigma \vec{\tau}_n \, d\sigma;$$
$$\int_\sigma \rho_ж u v_n \, d\sigma = -\int_\sigma g_n \, d\sigma + \int_\tau \Phi \, d\tau_n, \qquad (I)$$

где σ – поверхность, ограничивающая индивидуальный объем расплава; v_n – проекция вектора скорости течения расплава в зазоре $\vec{v}$ на внешнюю нормаль $\vec{n}$ к поверхности σ; u – внутренняя энергия; p – давление в слое расплава; g_n – проекция плотности теплового потока $\vec{g}$ на нормаль к поверхности σ; $\rho_ж$ – плотность жидкой фазы; Φ – диссипативная функция; $\vec{F}$ – массовая сила; $\vec{\tau}_n$ – сила поверхностного напряжения на σ.

Для замыкания системы (I) ее необходимо дополнить уравнениями, описывающими состояние расплава, связь внутренней энергии с температурой, температурные поля в твердой фазе горных пород и в теле нагревательного устройства, а также определить краевые условия. Предполагая, что расплав – несжимаемая, однородная жидкость, в качестве уравнения его состояния можно принять $\rho_ж = const$. Внутренняя энергия с точностью до константы может быть задана равенством $u = c_ж t_ж$, где $c_ж$ – удельная теплоемкость;

$t_{ж}$ – температура расплава. Распределение температуры в твердой фазе пород можно найти из уравнения стационарной теплопроводности в подвижной системе координат, связанной с греющей поверхностью,

$$\rho_{т} c_{т} v\, grad\, t + div(\lambda_{т}\, grad\, t) = 0, \qquad (2)$$

где t, $\rho_{т}$, $c_{т}$ и $\lambda_{т}$ – соответственно температура, плотность и коэффициенты удельной теплоемкости и теплопроводности твердой фазы.

В нагревательном устройстве температурное поле при установившемся режиме плавления может быть определено уравнением

$$div(\lambda_{н}\, grad\, t) + j = 0, \qquad (3)$$

где $\lambda_{н}$ – теплопроводность материала нагревателя; j – объемная плотность источника тепла.

Вид граничных условий для системы (I)-(3) в общем случае зависит от конкретных условий реализации процесса контактного плавления. Однако условия на поверхностях $\Sigma_{н}$ и $\Sigma_{ф}$ остаются без изменений:

$$t|_{\Sigma_{н}} = t_{н} = t_{ж}|_{\Sigma_{н}}; \quad -\lambda_{н}\frac{\partial t}{\partial n}\Big|_{\Sigma_{н}} = g = -\lambda_{ж}\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\Big|_{\Sigma_{н}}; \qquad (4)$$

$$t_{ж}|_{\Sigma_{ф}} = t_{ф} = t|_{\Sigma_{ф}}; \quad -\lambda_{ж}\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\Big|_{\Sigma_{ф}} = g_{ф} = \rho_{т} J v_{n} + g, \qquad (5)$$

где J – удельная теплота плавления; v_{n} – проекция вектора скорости на нормаль к $\Sigma_{ф}$, внешнюю по отношению к зоне расплава; g – плотность теплового потока, поступающего в плавящуюся породу с поверхности $\Sigma_{ф}$, $g = -\lambda_{т}\frac{\partial t}{\partial n}\Big|_{\Sigma_{ф}}$; $t_{ф}$ – температура фазового перехода.

Система общих уравнений (I)-(3) и граничные условия (5) и (6) могут быть основой математической модели, описывающей процессы тепломассопереноса при квазистационарном режиме ($v = const$) контактного плавления.

Эффективным средством качественного анализа общей математической модели процессов тепло- и массопереноса с целью ее существенного упрощения для определенных, конкретных условий и получения пригодных для практического использования аналитических или численных решений являются методы теории подобия и анализа размерностей. Анализ характерных масштабов физических величин и выбор определяющих параметров, описывающих изучаемый процесс, позволяет привести уравнения модели к безразмерному виду, найти основные критерии подобия и оценить значимость и целесообразность учета тех или иных факторов в рассматриваемом классе задач.

Применяемые на практике для бурения плавлением разнообразные нагревательные устройства обладают, как правило, осевой симметрией и конструктивно разделяются на две категории по типу рабочей (греющей) поверхности: $\Sigma_{н}$ – поверхность с образующей $\Gamma_{н}$ и осевой симметрией; $\Sigma'_{н}$ – криволинейная поверхность, один из характерных размеров которой, например в направлении оси y, достаточно велик по сравнению с характерными размерами в плоскости xz. В первом случае бурение осуществляется сплошным забоем

нагревательным устройством, не имеющим осевого отверстия или с осевым отверстием, радиус которого значительно меньше ширины разогретого рабочего кольца. Тепло- и массообменные процессы в потоке расплава здесь имеют существенно радиальный характер.

Во втором случае бурение осуществляется кольцевым забоем нагревательным устройством с осевым отверстием, радиус которого намного больше ширины кольцевой части. Учитывая при этом малость толщины слоя расплава под рабочей поверхностью нагревательного устройства, при исследовании тепло- и массопереноса в жидкой и твердой фазах можно пренебречь эффектами, связанными с осевой симметрией.

Относительно малая толщина слоя расплава по сравнению с характерными размерами нагревательного устройства, как это было показано в работе [5], позволяет по аналогии с теорией пограничного слоя существенно упростить исходную математическую модель, используя одномерные балансовые уравнения неразрывности, сохранения количества движения и энергии, записанные в форме интегральных соотношений для осредненных по толщине слоя характеристик процессов переноса. Кроме того, воспользуемся методами теории подобия для того, чтобы выделить в этих уравнениях слагаемые, учет которых в каждом конкретном случае не приведет к повышению точности решения.

Для удобства анализа перейдем к криволинейной системе координат [4], где s – длина дуги, измеряемая вдоль образующей $\Gamma_н$ поверхности $\sum_н$; η – ось, направленная по нормали к рабочей поверхности нагревателя и нормированная на толщину слоя расплава h, т.е. $\eta = 0$ и $\eta = 1$ соответствуют поверхностям $\sum_н$ и $\sum_ф$ соответственно; v_s и v_η – компоненты вектора скорости течения расплава; $\varkappa$ – радиус кривизны образующей $\Gamma_н$; $x = x(s)$ и $z = z(s)$ – уравнения, задающие образующую $\Gamma_н$.

Для записи балансовых уравнений в безразмерном виде охарактеризуем геометрию поверхностей $\sum_н$ и $\sum_ф$ в силу малой толщины слоя расплава h одним масштабом ℓ, в качестве которого примем характерный размер нагревающего устройства. Масштабом для составляющих поля скоростей течения расплава в направлении нормали к $\sum_н$, очевидно, является величина $v\rho_т/\rho_ж$. Силовые взаимодействия (поле давления) характеризуются удельной нагрузкой W, обусловленной действием внешней силы на рабочую поверхность $\sum_н$, рассчитанной на единицу площади миделевого сечения этой поверхности. Один из температурных масштабов задается разностью $t_ф - t_\infty$, где t_∞ – невозмущенная, начальная температура твердой фазы. Перечисленные четыре определяющих параметра имеют независимые размерности в рамках рассматриваемого класса процессов. Остальные параметры задачи приведут к появлению безразмерных критериев подобия.

Обозначим h_0 и v_0 неизвестные пока масштабы (характерные размеры) толщины слоя расплава h и продольной скорости течения жидкой фазы v_s и введем следующие безразмерные характеристики:

$$X = x/\ell;\ Z = z/\ell;\ S = s/\ell;\quad \bar{\varkappa} = \varkappa/\ell;$$

$$\bar{U}_S = v_S/v_0;\ U_\eta = v_\eta \rho_Ж/v\rho_Т;\ P = p/W;\ H = h/h_0;$$

$$\theta_Ж = \frac{t_Ж - t_Ф}{t_Ф - t_\infty};\quad \theta_Н = \frac{t_Н - t_Ф}{t_Ф - t_\infty};\quad Q_Н = \frac{\ell g_Н}{\lambda_Ж (t_Ф - t_\infty)};\quad Q_Ф = \frac{\ell g_Ф}{\lambda_Ж (t_Ф - t_\infty)};$$

$$Q = \frac{\ell g}{\lambda_Т (t_Ф - t_\infty)};\quad U_В = \frac{\rho_Ж v_В}{v\rho_Т};\quad \bar{\mu} = \mu/\mu_Ф,\quad \bar{\mu}_Н = \mu_Н/\mu_Ф; \qquad (6)$$

$$K_h = h_0/\ell;\quad \mathrm{Re} = \frac{h_0^2 v_0 \rho_Ж}{\ell\, \mu_Ф};\quad K_g = \frac{\rho_Ж g h_0^2}{\mu_Ф v_0};$$

$$K_P = \frac{h_0^2 W}{\mu_Ф \ell v_0},\quad K_v = \frac{h_0 v_0 \rho_Ж}{\ell v \rho_Т}.$$

Здесь $\mu_Ф$ и $\mu_Н$ - динамические коэффициенты вязкости расплава при температурах $t_Ф$ и $t_Н$ соответственно; $v_В$ - скорость притока или оттока жидкости.

В соответствии с теорией подобия для того, чтобы масштабы h_0 и v_0 действительно представляли собой характерные значения величин h_S и v_S, необходимо должно выполняться условие $K_P = K_v = 1$ [1]. Отсюда

$$v_0 = v\ell\rho_Т / h_0\rho_Ж;\quad h_0 = \left(\ell^2 \mu_Ф v \rho_Т / W\rho_Ж\right)^{1/3}.$$

Учитывая вышеизложенное, получим три основных безразмерных комплекса, характеризующих перенос массы и импульса в слое расплава:

$$K_g = \frac{g\ell\rho_Ж}{W};\quad \mathrm{Re} = \frac{V\ell\rho_Т}{\mu_Ф} K_h;\quad K_h = \sqrt[3]{\frac{\mu_Ф v \rho_Т}{W\ell\rho_Ж}}.$$

Для всех практически важных случаев бурения-плавления, как показал проведенный анализ [5], влияние массовых сил невелико ($K_g \simeq 10^{-3}$), число Рейнольдса Re меняется в широком диапазоне и не превосходит 10^{-3}, а комплекс, представляющий собой отношение масштаба толщины слоя расплава к характерному размеру нагревающего устройства, колеблется в пределах $K_h \simeq$ $\simeq 10^{-2} \div 10^{-4}$.

Таким образом, после соответствующих преобразований и сокращений с точностью до величин порядка $O[K_h]$ можно записать для системы уравнений (1) следующие приближенные выражения:

$$\frac{d}{dS}\left(H\int_0^1 U_S\, d\eta\right) = U_В + \frac{dx}{dS}\left(1 + \frac{K_h H}{x}\right) + K_h \frac{dH}{dS}\,\frac{dZ}{dS};$$

$$H\frac{d}{dS}\left(\int_0^1 P\, d\eta\right) = \frac{\bar{\mu}}{H}\frac{\partial U_S}{\partial \eta}\Bigg|_{\eta=0}^{\eta=1} + K_g H \frac{dZ}{dS};\quad P_{\eta=0} = P_{\eta=1}; \qquad (7)$$

$$\mathrm{Pe}_Ж\left[\frac{d}{dS}\left(H\int_0^1 \theta_Ж U_S\, d\eta\right) - Q_Н U_В\right] = Q_Н - Q_Ф + \frac{\mathrm{Bi}_Т}{K_h H}\int_0^1 \left(\frac{\partial U_S}{\partial \eta}\right) d\eta,$$

где $Q_н$ и $Q_ф$ – приведенная плотность теплового потока соответственно, подводимого к рабочей поверхности нагревателя $\Sigma_н$ и поступающего к поверхности плавления, на которой выполняются условия (5),

$$Q_н = -\frac{1}{K_h H}\left.\frac{\partial \theta_н}{\partial \eta}\right|_{\eta=0}; \quad Q_ф = -\left(\frac{1}{K_h H} + \frac{1}{\bar{x}}\right)\left.\frac{\partial \theta_ж}{\partial \eta}\right|_{\eta=1}; \qquad (8)$$

$Pe_ж = V\ell\rho_т / a_ж \rho_ж$ – число Пекле; $a_ж$ – температуропроводность жидкой фазы; $Br = WPe_ж K_h / c_ж \rho_ж (t_ф - t_\infty)$ – аналог числа Бринкмана, характеризующее диссипативный нагрев расплава.

Численная оценка выражения Br показывает, что $Br / K_h \ll 1$, следовательно, диссипативный нагрев расплава практически не влияет на процессы переноса тепла в жидкой фазе. Тогда с учетом уравнения (7) можно записать

$$Pe_ж \left[\frac{d}{dS}\left(H\int_0^1 \theta_ж U_S\, d\eta\right) - \theta_н U_в\right] = Q_н - Q_ф . \qquad (9)$$

После перехода к безразмерным переменным (6) условие на поверхности плавления (5) получим в виде

$$Q_ф = QK_\lambda + K_ф\, Pe_ж \left[\frac{dx}{dS} + K_h \frac{dH}{dS}\frac{dz}{dS}\right], \qquad (10)$$

где $K_\lambda = \lambda_т / \lambda_ж$; $K_ф = J / c_ж (t_ф - t_\infty)$ – число фазового перехода, характеризующее затраты тепловой энергии на плавление твердой фазы.

Таким образом, система уравнений (7), (9) и граничное условие (10) с точностью до членов порядка $O(K_h)$ описывают тепло- и массообмен в слое расплава и могут быть использованы при исследовании процесса бурения-плавления скважин нагревающими устройствами, имеющими как слабоискривленные рабочие поверхности ($\bar{x} \gg 1$), так и поверхности, радиус кривизны которых $\bar{x} \simeq 1$ при достаточно малых K_h.

Аналогично выводятся соответствующие уравнения для бурения-плавления сплошным забоем, когда рабочая поверхность нагревателя имеет осевую симметрию. При этом удобно перейти к цилиндрическим координатам $R = r/\ell$ и z, так чтобы ось z совпадала с осью симметрии. В этом случае с точностью до величины порядка $O(K_h)$ получим следующие выражения

$$\frac{1}{R^\gamma}\frac{d}{dS}\left(R^\gamma H\int_0^1 U_S\, d\eta\right) = U_в + \frac{dR}{dS} + K_h \frac{dH}{dS}\frac{dZ}{dS}; \quad H\frac{dP}{dS} = \frac{1}{H}\left.\frac{dU_S}{d\eta}\right|_{\eta=0}^{\eta=1};$$

$$\frac{Pe_ж}{R^\gamma}\frac{d}{dS}\left(R^\gamma H\int_0^1 U_S\,\theta_S\, d\eta\right) - U_в \theta_н = Q_н - Q_ф; \qquad (11)$$

$$Q_ф = K_\lambda Q + Pe_ж K_ф \left[\frac{dR}{dS} + K_h \frac{dH}{dS}\frac{dZ}{dS}\right],$$

где $\gamma = 1$ соответствует бурению плавлением сплошным забоем, а $\gamma = 0$ – кольцевым забоем.

Для решения системы уравнений (II) необходимо конкретизировать профили скорости U_s и температуры θ_s в поперечном сечении слоя расплава. По аналогии с теорией пограничного слоя они могут быть представлены квадратичными полиномиальными аппроксимациями. С учетом краевых условий в конечных точках профиля $\Gamma_н$ рабочей поверхности нагревателя $\Sigma_н$, где обычно задано давление на слой расплава, с учетом внешних сил, действующих на нагревающее устройство, составляется окончательно приближенная замкнутая математическая модель, решение которой позволяет при заданной форме рабочей поверхности с достаточной для практических целей точностью рассчитать все основные параметры, характеризующие процесс бурения-плавления: толщину слоя расплава, его температуру, давление, скорость течения расплава, скорость бурения, распределение температуры на греющей поверхности. Кроме того, в силу равенства (8), связывающего $Q_н$ с $\theta_н$, нетрудно вычислить распределение теплового потока на $\Sigma_н$, а по формуле $\bar{N} = 2\pi \int_{S_2}^{S} R Q_н \, dS$ величину приведенной мощности тепловой энергии нагревателя.

В общем случае для расчета распределений $Q_н$ и $\theta_н$ задача тепло- и массопереноса в слое расплава должна решаться совместно с задачей о температурном режиме нагревающего устройства. Последнее неизбежно требует конкретизации его конструкции и рабочих параметров нагревательных элементов. Однако, как это было показано в работе [5], для определения $Q_н$ с относительной погрешностью $O(K_h)$ достаточно считать, что в силу малости толщины слоя расплава температура на рабочей поверхности нагревающего устройства равна температуре плавления. Таким образом, в первом приближении распределение плотности теплового потока $Q_н$, снимаемого с греющей поверхности нагревающего устройства, может быть найдено независимо от анализа процессов тепло- и массопереноса в слое расплава и в массиве горных пород.

Нетрудно видеть, что при заданной величине распределения теплового потока $Q_н$ или распределения температуры $\theta_н$ вдоль рабочей поверхности нагревателя, при помощи сформулированных соотношений (II) легко рассчитать процесс бурения плавлением.

Такая постановка задачи представляет и самостоятельный практический интерес, так как позволяет оценить влияние основных конструктивных параметров нагревающего устройства, формы его рабочей поверхности и распределение плотности теплового потока на ней на различные показатели и характеристики процесса плавления. На основе решения такой задачи могут быть выявлены наиболее эффективные, например, с точки зрения энергетической экономичности условия осуществления контактного плавления пород при бурении скважин различного назначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. М., Высшая школа, 1973.

2. Зотиков И.А., Капица А.П., Кудрявцев Е.В., Суханов Л.А. Термическое бурение ледниковых покровов. – В кн.: Антарктида, вып. 11. М., Наука, 1972.

3. Кудряшов Б.Б., Чистяков В.К., Бобин Н.Е. Бурение скважин тепловым способом в ледниковом покрове Антарктиды. М., изд. ОНТИ ВИЭМС, 1977.

4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М., Наука, 1978.

5. Саламатин А.Н., Фомин С.А., Чистяков В.К., Чугунов В.А. Тепломассоперенос при контактном плавлении. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1984.

6. Чистяков В.К. Бурение скважин в условиях изменения агрегатного состояния проходимых пород. - Зап. ЛГИ, 1981, т. 88.

7. Чистяков В.К. Бурение-плавление горных пород. Зап. ЛГИ, т. 93, 1982.

8. F i s h e r H.N. - Trans. of ASME, ser.C, J.of Heat Transfer, 1976, vol.98, N 3.