Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1985, т. 106

УДК 622.413.3:536.244.622.016.25

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ТЕПЛОМАССООБМЕНА В КОЛЛЕКТОРЕ КУСТА ШАХТНЫХ ДЕГАЗАЦИОННЫХ СКВАЖИН КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Н.М.ТРЕТЬЯКОВ, В.В.ГРИШИН

Коллектор – основной функциональный узел куста дегазационных скважин – относится к категории объектов управления, в которых энергетический процесс осуществляется в виде тепломассообмена. Конструктивно коллектор выполняется в виде отрезка газопровода, в котором и происходит смешивание газовых потоков, поступающих по скважинным магистралям.[x]

Для получения адекватной математической модели, пригодной для расчета системы автоматического управления, введем следующие допущения: в коллекторе имеет место мгновенное перемешивание газовых смесей; температура наружной воздушной среды, окружающей коллектор, постоянна; коэффициенты теплоотдачи от теплоносителя к стенкам коллектора и от стенок к окружающей среде в области рассматриваемых температур постоянны; удельная теплоемкость газов в диапазоне рассматриваемых температур постоянна; дебитом воды из дегазационной скважины пренебрегаем.

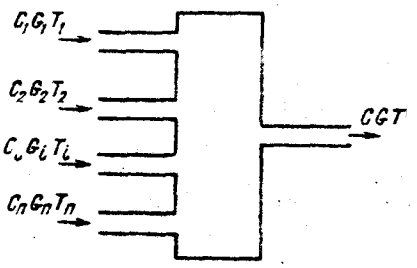


Схема коллектора

Приведенные допущения позволяют представить коллектор двумя последовательно соединенными энергетическими емкостями с сосредоточенными параметрами: внутренняя полость коллектора, заполненная газовой смесью; металлическая стенка коллектора.

Процессы, происходящие в коллекторе, к которому подведено n входных газопроводов, соединенных с дегазационными скважинами и с одним отводящим магистральным газопроводом (см. рисунок), можно описать следующим образом.

Для первой емкости коллектора дифференциальные уравнения материального баланса газовой смеси и метана имеют вид:

$$\frac{dm}{dt} = \sum_{i=1}^{n} G_i - G; \qquad (I)$$

[x] Руководство по дегазации шахт. М., Недра, 1975.

$$\frac{d(mc)}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_i G_i - CG, \qquad (2)$$

где m – масса газовой смеси в объеме коллектора, кг; n – число дегазационных скважин, подключенных к коллектору; G_i, $C_i G_i$, G, CG – соответственно расходы газовой смеси и метана по входным и выходному газопроводам коллектора, кг/с; C_i, C – соответственно долевые концентрации в i-й скважине и на выходе коллектора.

Дифференциальные уравнения теплового баланса для первой емкости запишем в виде:

$$\frac{d(CmT)}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_{v_i} G_i T_i - C_v G T - k_в F_в (T - T_{ст}), \qquad (3)$$

где C_v – удельная теплоемкость газовой смеси при постоянном объеме в коллекторе, Дж/(кг·град); T – температура газовой смеси в коллекторе, град; C_{v_i} – удельная теплоемкость газовой смеси в i-м газопроводе, Дж/(кг·град); $k_в$ – коэффициент теплоотдачи от газовой смеси к стенкам коллектора, Дж/(м^2·с·град); $F_в$ – внутренняя поверхность коллектора, м^2; $T_{ст}$ – температура стенки коллектора, град.

Дифференциальное уравнение теплового баланса для второй энергетической емкости коллектора имеет вид:

$$C_{ст} m_{ст} \frac{dT_{ст}}{dt} = k_в F_в (T - T_{ст}) - k_н F_н (T_{ст} - T_н), \qquad (4)$$

где $C_{ст}$ – удельная теплоемкость металлической стенки коллектора, Дж/(кг.град); $m_{ст}$ – масса металлической стенки коллектора, кг; $k_н$ – коэффициент теплоотдачи от стенок коллектора к наружной среде, Дж/(м^2·с·град); $F_н$ – наружная поверхность коллектора, м^2; $T_н$ – температура наружной среды, окружающей коллектор, град.

Итак, процесс теплообмена в коллекторе куста шахтных дегазационных скважин при принятых допущениях и ограничениях описывается системой четырех дифференциальных уравнений:

$$\frac{dm}{dt} = \sum_{i=1}^{n} G_i - G;$$

$$\frac{d(mC)}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_i G_i - CG; \qquad (5)$$

$$\frac{d(C_v mT)}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_{v_i} G_i T_i - C_v G T - k_в F_в (T - T_{ст});$$

$$\frac{dT_{ст}}{dt} = \frac{k_в F_в (T - T_{ст}) - k_н F_н (T_{ст} - T_н)}{C_{ст} m_{ст}}.$$

Теплоемкость газовой смеси при постоянном объеме[x] равна

$$C_в = C_{v_в} + (C_{v_м} - C_{v_в})C; \tag{6}$$

$$C_{v_i} = C_{v_в} + (C_{v_м} - C_{v_в})C_i, \tag{7}$$

где $C_{v_в}$, $C_{v_м}$ – соответственно удельные теплоемкости воздуха и метана, Дж/(кг·град).

Раскрыв скобки в уравнении (2) и подставив в него значение $\frac{dm}{dt}$ из уравнения (I), будем иметь:

$$m\frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_i G_i - CG - C\left(\sum_{i=1}^{n} G_i - G\right),$$

или

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}(C_i - C)G_i. \tag{8}$$

Аналогично, раскрыв скобки в левой части уравнения (3), подставив в него значение $\frac{dm}{dt}$ и записав его относительно $\frac{dT}{dt}$, получим:

$$C'_v m\frac{dT}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_{v_i} G_i T_i - C_v GT - k_в F_в (T - T_{ст}) - \frac{dC_v}{dt} mT. \tag{9}$$

Из уравнения (6) следует, что

$$\frac{dC_v}{dt} = (C_{v_м} - C_{v_в})\frac{dC}{dt} = \frac{(C_{v_м} - C_{v_в})}{m}\sum_{i=1}^{n}(C_i - C)G_i;$$

тогда

$$C_v m\frac{dT}{dt} = \sum_{i=1}^{n} C_{v_i} G_i T_i - C_v GT - C_v\left(\sum_{i=1}^{n} G_i - G\right)T -$$

$$-(C_{v_м} - C_{v_в})\sum_{i=1}^{n} G_i(C_i - C) - T - k_в F_в (T - T_н).$$

Подставив вместо C_v и C_{v_i} их значения (6) и (7), раскрыв скобки, произведя сокращения и группируя, получим:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[C_{v_в} + (C_{v_в} - C_{v_в})C\right](T_i - T)G_i\right\} - k_в F_в (T - T_н)}{m\left[C_{v_в} + (C_{v_м} - C_{v_в})C\right]}.$$

На практике изучают обычно не массовые, а объемные расходы газа. Поэтому введем дополнительно уравнения Клапейрона для массы газа в коллекторе:

$$pV = mRT; \tag{10}$$

и для расхода газа в единицу времени:

$$pQ = GRT, \tag{11}$$

---

[x] В.Н.Юренев, Л.Д.Лебедева. Технологический справочник. М., Энергия, 1976.

где p – давление (вакуум) в коллекторе, Па; V – объем коллектора, м^3; R – газовая постоянная газовой смеси, Дж/(кг·град); Q – объемный расход газа, м^3/с.

Отметим, что

$$R = R_в + (R_м - R_в)C; \tag{I2}$$

$$R_i = R_в + (R_м - R_в)C_i. \tag{I3}$$

Из выражений (I0)-(I3) следует:

$$m = \frac{pV}{\left[R_в + (R_м - R_с)C\right]T}; \tag{I4}$$

$$G = \frac{pQ}{\left[R_в + (R_м - R_с)C\right]T}; \tag{I5}$$

$$G_i = \frac{p_i Q_i}{\left[R_в + (R_м - R_в)C_i\right]T_i}, \tag{I6}$$

где p_i, Q_i, C_i, T_i – соответственно давление, расход, концентрация метана и температура газовой смеси из i-й скважины, Па, м^3/с, град.

С учетом формул (I4)-(I6) окончательно получим систему, пригодную для моделирования и расчетов процессов тепломассообмена в коллекторе куста шахтных дегазационных скважин:

$$\frac{dm}{dt} = \sum_{i=1}^{n} G_i - G;$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}(C_i - C)G_i;$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[C_{v_в} + (C_{v_м} - C_{v_в})C\right](T_i - T)G_i\right\} - k_в F_в (T - T_н)}{m\left[C_{v_в} + (C_{v_м} - C_{v_в})C\right]};$$

$$\frac{dT_{ст}}{dt} = \frac{k_в F_в (T - T_н) - k_н F_н (T_{ст} - T_н)}{C_{ст} m_{ст}};$$

$$m = \frac{pV}{\left[R_в + (R_м - R_в)C\right]T};$$

$$G = \frac{pQ}{\left[R_в + (R_м - R_в)C\right]T};$$

$$G_i = \frac{p_i Q_i}{\left[R_в + (R_м - R_в) C_i\right] T_i}.$$

Следует отметить, что полученная модель пригодна и для расчета динамики тепломассообмена в коллекторе шахтной дегазационной вакуум-насосной установки, а также для любых соединений газопроводов. Роль коллектора в этом случае выполняет участок общего газопровода длиной 10-20 диаметров, на котором происходит перемешивание газовых потоков.