Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова.
1986, т. 108

УДК 621.831:513.001.24

НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С КОМБИНИРОВАННЫМ СМЕЩЕНИЕМ ПРОФИЛЕЙ

И. П. ИВАНОВ

Зубчатые передачи с комбинированными (радиальными и тангенциальными) смещениями эвольвентных профилей зубьев имеют большие возможности по удовлетворению прочностных и геометро-кинематических требований. В работе [2] показаны резервы повышения прочности зубьев за счет изменения их формы комбинированным смещением с одновременным уменьшением скоростей скольжения при стандартном режущем инструменте в большом диапазоне передаточного числа; при большом передаточном числе повышение прочности зубьев без изменения габаритов передачи может быть даже двухкартным по сравнению с прочностью зубьев без смещений.

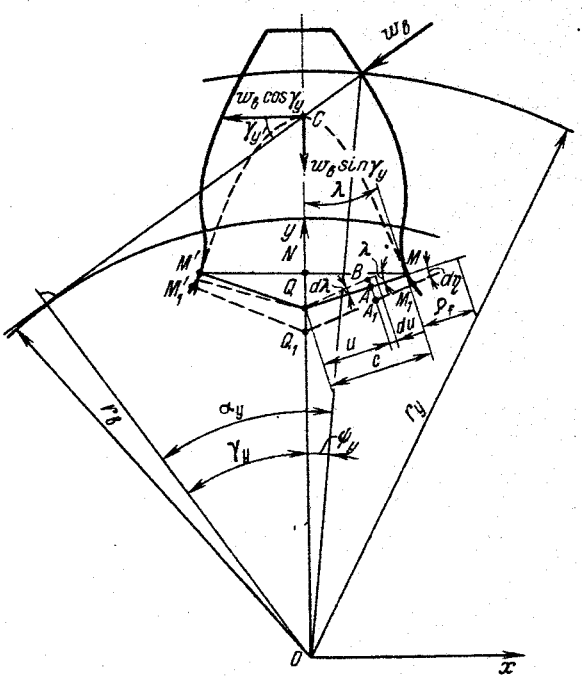


Рис.1. Расчеты зуба на прочность

Работа посвящена установлению аналитических связей параметров эвольвентных цилиндрических зубчатых колес и режущего инструмента с напряжениями при изгибе зубьев, нарезаемых реечным производящим контуром с комбинированным смещением. В основу расчетов напряжений положена гипотеза ломаных сечений [6], расчетные напряжения зубьев при этом близки к напряжениям, определяемым более сложным методом теории упругости.

На рис.I плоский симметричный упругий зуб с комбинированным смещением эвольвентных профилей и со сложными переходными контурами нагружен на радиусе r_y удельной нормальной силой $w_b = F_b / b$ (где F_b – нормальная к профилю сила, b – ши-

рина зубчатого венца). Малыми силами трения в контакте для упрощения пренебрегаем. Уравнения переходных контуров такого зуба и соответствующих радиусов кривизны, а также другие характеристики рассмотрены в статье [4].

Через близлежащие точки M и M_1 переходных контуров проведены плоские ломаные сечения MQM' и $M_1Q_1M_1'$, ориентированные по нормалям к переходным кривым и составляющие между собой элементарный угол $d\eta$. Под действием силы ломаное недеформируемое сечение MQM' поворачивается на элементарный угол $d\lambda$ относительно нейтральной точки Q на оси симметрии зуба. Элемент AA_1, взятый между рассматриваемыми сечениями на расстоянии u от нейтральной точки, получает приращение длины AB. Напряжение в этом элементе от действия изгибающей силы

$$\sigma'_{Fy}=E\bar{AB}/\bar{AA}_1=E(d\lambda/d\eta)\,u/(\rho_f+c-u), \qquad (1)$$

где E – модуль упругости материала; ρ_f – радиус кривизны в точке M переходного контура.

Элементарный удельный момент относительно нейтральной точки от внутренних напряжений в рассматриваемом элементе с учетом выражения (I):

$$dT_{Fy}/b=\sigma'_{Fy}\,u\,du=E(d\lambda/d\eta)\,u^2du/(\rho_f+c-u).$$

Моменты внутренних напряжений растянутых и сжатых волокон на переходных участках зуба уравновешиваются внешним моментом изгибающей составляющей силы $w_B\cos\gamma_y$ с плечом ℓ_{cQ}, поэтому

$$2E(d\lambda/d\eta)\int_0^c u^2du/(\rho_f+c-u)=w_B\,\ell_{cQ}\cos\gamma_y,$$

где γ_y – угол между линией действия силы и нормалью к оси зуба.

Решив интеграл, получаем

$$E(d\lambda/d\eta)=0{,}5\,w_B\,\ell_{cQ}(\cos\gamma_y)/\left[(\rho_f+c)^2\ln\left[(\rho_f+c)/\rho_f\right]-c(\rho_f+c)-0{,}5c^2\right]. \qquad (2)$$

С подстановкой выражения (2) в формулу (I) для точек M и M' при $u=c$ после преобразований получим напряжения от изгибающей силы

$$\sigma'_{Fy}=w_B\,\ell_{cQ}(\cos\gamma_y)/2\,\text{æ}\,c^2, \qquad (3)$$

где æ – безразмерный комплекс, характеризующий ломаное сечение,

$$\text{æ}=(\rho_f/c)\left[(\rho_f/c+1)^2\ln(c/\rho_f+1)-\rho_f/c-1{,}5\right]. \qquad (4)$$

Напряжения от сжимающей зуб составляющей силы $w_B\sin\gamma_y$ невелики сравнительно с напряжениями изгиба, поэтому достаточна точность их учета как равномерно распределенных по ломаному сечению, по рис.I

$$\sigma''_{Fy}=w_B(\sin\gamma_y\cos\lambda)/2c, \qquad (5)$$

где λ – угол между сечением MQ и нормалью к оси зуба. Эти напряжения уменьшают напряженность контура зуба на стороне растяжения и увеличивают на стороне сжатия. Однако известно, что разрушения зубьев раньше проявля-

ются в зоне напряжений растяжения. Поэтому наибольшие местные напряжения в точке M переходного контура зуба, нагруженного нормальной силой на радиусе r_y активного профиля,

$$\sigma_{Fy} = \sigma'_{Fy} - \sigma''_{Fy} .$$

Подстановкой выражений (3) и (5) при $w_B = w_F/\cos\alpha$ и $c = x_M/\cos\lambda$ получим расчетную формулу наибольших местных напряжений при изгибе:

$$\sigma_{Fy} = w_F \, Y_{Fy} / m , \qquad (6)$$

где x_M – половина хордальной толщины зуба; w_F – окружная расчетная удельная сила; α – делительный угол профиля; m – модуль зубьев; Y_{Fy} – коэффициент, учитывающий форму зуба при изгибе силой, приложенной на радиусе r_y,

$$Y_{Fy} = \left[\ell^*_Q (\cos\gamma_y)/x^* - \sin\gamma_y \right] (\cos^2\lambda)/2x^*\cos\alpha , \qquad (7)$$

где $\ell^*_Q = \ell_{CQ}/m$, $x^* = x_M/m$.

Номинальные напряжения в плоском сечении MM' на стороне растяжения контура зуба по рис.I с прежней загрузкой

$$\sigma_y = \sigma'_y - \sigma''_y = 6 w_B \, \ell_{CQ} (\cos\gamma_y)/(2x_M)^2 - w_B (\sin\gamma_y)/2x_M ,$$

или

$$\sigma_y = w_F \, Y_y / m , \qquad (8)$$

где Y_y – коэффициент, учитывающий форму зуба в расчетах номинальных напряжений при изгибе силой, приложенной на радиусе r_y,

$$Y_y = \left[3\ell^*_N (\cos\gamma_y)/x^* - \sin\gamma_y \right] /2x^*\cos\alpha , \qquad (9)$$

где $\ell^*_N = \ell_{CN}/m$.

Теоретический коэффициент концентрации местных напряжений

$$k_{Ty} = \sigma_{Fy} / \sigma_y = Y_{Fy} / Y_y . \qquad (10)$$

В расчетах наибольших напряжений в ломаном и плоском опасных сечениях координаты точек переходного контура не совпадают. Обозначив через x^*_n половину хордальной безразмерной толщины зуба, соответствующей плоскому опасному сечению, по формуле (10) с учетом выражений (7) и (9) получим

$$k_{Ty} = \left(\ell^*_Q/x - x^* \operatorname{tg}\gamma_y \right) \left[(\cos\lambda) x^*_n / x^* \right]^2 / \left(3\ell^*_N - x^*_n \operatorname{tg}\gamma_y \right) . \qquad (11)$$

В экспериментах [5] с поломками зубьев на пульсаторе линейная зависимость между предельной нагрузкой при изгибе и коэффициентом, учитывающим форму зубьев при изгибе, подтверждалась лишь до определенного значения теоретического коэффициента концентрации напряжений, так что коэффициентом k_{Ty} можно контролировать правомерность расчетов наибольших местных напряжений в представленном виде.

По рис.I радиус точки C на оси симметрии зуба

$$r_c = r_в / \cos\gamma_y , \qquad (12)$$

где $r_в$ – основной радиус зубчатого колеса;

$$\ell_{cN} = r_c - y_M ,$$

где y_M – ордината точки M в системе XOY;

$$\ell_{cQ} = \ell_{cN} + x_M \operatorname{tg}\lambda ;$$

$$\gamma_y = \alpha_y - \psi_y = \operatorname{tg}\alpha_y - inv\alpha - s^*/z , \qquad (13)$$

где α_y – угол профиля; ψ_y – половина угловой толщины на радиусе r_y; s^* – делительная толщина, отнесенная к модулю; z – число зубьев.

При комбинированном смещении [3]

$$s^* = 0{,}5\pi + 2x \operatorname{tg}\alpha + x_\tau , \qquad (14)$$

где x и x_τ – соответственно коэффициенты радиального и тангенциального смещения.

Характеризующие точку M на переходном контуре зуба с комбинированным смещением безразмерные координаты x^* и y^*, а также угол λ наклона сечения и безразмерный радиус кривизны ρ_f^* определяются с учетом положения реечного производящего контура относительно нарезаемого зубчатого колеса по зависимостям, приведенным в работе [4]. Методика расчетов на ЭВМ напряжений при изгибе предусматривает выявление опасных ломаных сечений, в которых напряжения максимальны; при этом регистрируются соответствующие параметры.

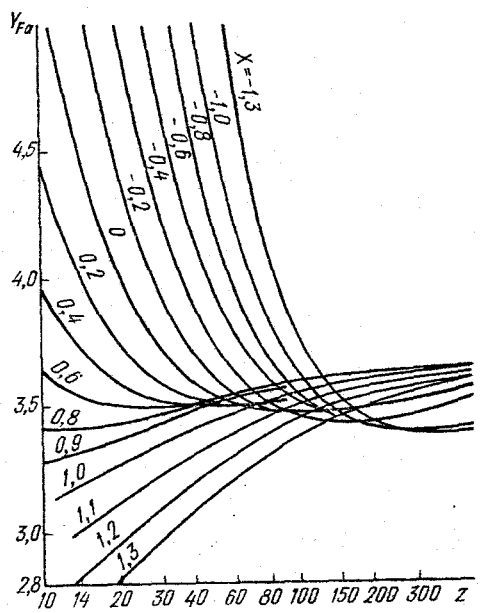


Рис.2. Влияние радиальных смещений на коэффициент, учитывающий форму зубьев при изгибе

Полученные аналитические зависимости позволяют рассчитывать наибольшие напряжения как для случая приложения силы к верхней кромке активного профиля на радиусе r_a, так и при нагружении зуба силой в верхней граничной точке однопарного зацепления на радиусе r_u. В первом случае пропорциональные коэффициенту Y_{Fa} напряжения σ_{Fa} характерны для зубьев колес, не отличающихся высокой точностью исполнения, во втором пропорциональные коэффициенту Y_{Fu} напряжения σ_{Fu} могут ограничивать прочность зубьев колес точных по исполнению, если эти напряжения будут больше напряжений σ_{Fa}, вычисленных с учетом распределения нагрузки между двумя одновременно контактирующими зубьями колеса.

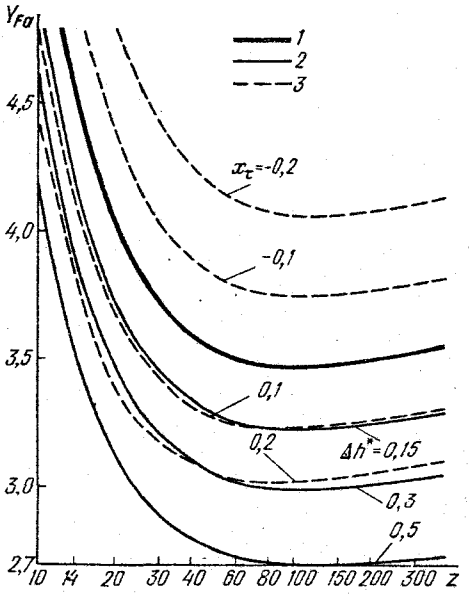


Рис. 3. Влияние высоты и толщины зубьев на коэффициент, учитывающий их форму при изгибе

1 – зубья нормальные; 2 – высота уменьшена на $\Delta h^* m$; 3 – делительная толщина изменена на $x_\tau m$

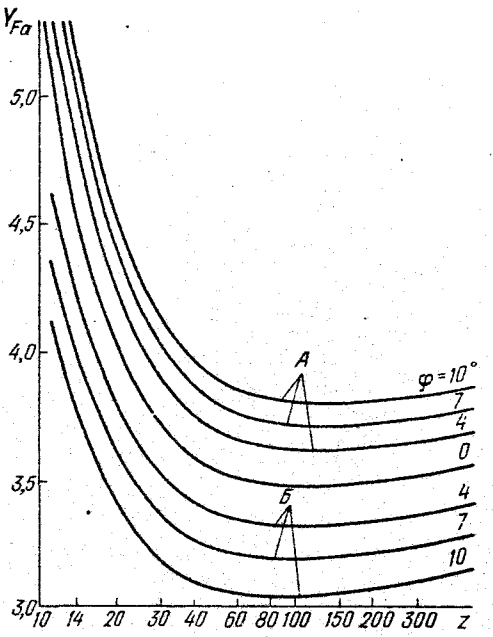


Рис. 4. Влияние угла трения в зацеплении на коэффициент, учитывающий форму зубьев при изгибе

По приведенным расчетным зависимостям с дополнительным введением угла трения в зацеплении можно также определять напряжения в зубьях с учетом сил трения. Учет сил трения важен в первую очередь для открытых зубчатых пар, работающих с повышенным трением, а также и для сильно нагруженных зубчатых передач с ограниченным запасом выносливости зубьев при изгибе.

На рис.2 представлены рассчитанные по приведенным формулам коэффициенты Y_{Fa} для зубьев нормальной высоты с радиальными смещениями реечного производящего контура. Сравнение их с коэффициентами Y_F [I] показывает практическую сходимость во всем диапазоне зубьев и смещений. Лишь для очень малых чисел зубьев с положительными смещениями значения Y_{Fa} больше, чем Y_F на несколько процентов. На рис.2 коэффициенты смещений взяты с бóльшим охватом, чем в стандарте [I].

На рис.3 отражена роль высот и толщин зубьев в напряжениях при изгибе. Наиболее полное представление о возможности комбинированного смещения получаем при рассмотрении свойств конкретных зубчатых пар. В работе [2] приведены оценки комплексных изменений параметров в комбинированных зацеплениях, проектируемых по заданному коэффициенту перекрытия профилей при стандартных радиальных зазорах.[x] При повышенной прочности зубь-

[x] Ранее упоминалось о возможности даже двухкратного повышения прочности при изгибе зубьев с комбинированным смещением, причем с выравненными напряжениями зубьев шестерни и колеса [2].

ев удельные скольжения существенно снижаются, а износостойкость зубьев повышается. В пределах перекрытия профилей зубьев зубчатая передача с комбинированным смещением может быть с любым углом зацепления. В итоге комбинированное смещение обеспечивает широкие возможности оптимизации проектирования зубчатых передач.

На рис.4 даны графики коэффициентов Y_{Fa}, рассчитанных для сравнения с учетом углов трения, равных 0, 4, 7 и 10^0 для нормальных зубьев ведущих A и ведомых $Б$ зубчатых колес. Количественная оценка отражает роль сил трения в напряженности зубьев, пренебрежение которыми в ряде передач может быть опасным.

Итак, разработанные теоретические основы и полученные аналитические зависимости для расчетов напряжений при изгибе зубьев колес с комбинированным смещением эвольвентных зубчатых профилей достаточно универсальны и позволяют получать информацию, полезную как в теоретическом отношении, так и для практических целей при исследовании и проектировании зубчатых передач. Сложность и комплексность аналитических связей параметров при этом преодолеваются применением ЭВМ, дающих возможность количественного обозрения характеристик при соответствующих постановках задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 21354-75. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. М., Изд-во стандартов, 1982.

2. И в а н о в И.П. Сравнительная оценка прочности зубьев передач с комбинированным смещением. М., изд. НИИмаш, 1983.

3. И в а н о в И.П. Зубчатые передачи с комбинированным смещением профилей зубьев. М., изд. НИИмаш, 1981.

4. И в а н о в И.П. Уравнения переходных кривых зубьев колес, нарезаемых реечным производящим контуром с комбинированным смещением профилей.-Зап. ЛГИ, 1983, т. 97.

5. Л е в а н о в В.Л. Связь предельных нагрузок с коэффициентами формы местных напряжений. -В кн.: Зубчатые и червячные передачи / Под ред. Н.И.Колчина. Л., Машиностроение, 1968.

6. Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы. Метод неплоских сечений / А.В.Верховский, В.П. Андропов, О.К.Лупанова, В.И.Чевкинов. М., Машгиз, 1958.