Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1987, т.110

УДК 621.644.693.4 : 539.4

КОЛЕБАНИЯ ТРУБОПРОВОДА ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

П.Г.ИСАЕВ, В.А.РОМАНОВ, А.К.НИКОЛАЕВ

При сейсмическом воздействии на трубопровод, закрепленный на опорах, колебания слагаются из поперечной и продольной составляющей. Поперечная волна большой амплитуды может явиться причиной аварийного останова гидротранспортной линии. Продольные подвижки трубопровода как следствие продольных колебаний могут также приводить к срыву трубопровода с опор [I]. В связи с этим актуальной является задача определения величины максимального смещения трубопровода относительно положения равновесия при воздействии на него импульсной нагрузки величиной $P(t)$.

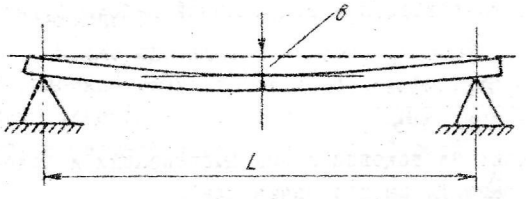


Рис.1. Прогиб трубопровода под воздействием импульсной нагрузки

Рассмотрим возникновение колебательного процесса в уложенной на опорах нити трубопровода длиной ℓ. При мгновенном воздействии силы $P(t)$ на опоры вследствие инерции заполненный трубопровод сохраняет свое первоначальное положение. В момент t_0, когда опоры уже вернулись в первоначальное положение, трубопровод оказывается прогнутым со стрелкой прогиба, равной b (рис.I). Будем считать, что величина прогиба распределена по параболическому закону:

$$z(t=0,x)=\frac{4bx}{\ell}\left(\frac{x}{\ell}-1\right). \qquad (I)$$

Начальная скорость колебательного процесса:

$$\frac{\partial z\ (t=0,x)}{\partial t}=0, \qquad (2)$$

где z – вертикальное смещение в координате x.

Уравнение колебаний длинного стержня, которым мы моделируем трубопровод с учетом кривой изгиба, имеет вид [3]:

$$a^2\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=-\frac{1}{\rho s}R(t), \qquad (3)$$

где $a^2=EJ/(\rho s)$; EJ – изгибающая жесткость; ρs – масса единицы длины трубопровода.

В точках опирания трубопровода длиной ℓ выполняются следующие условия:

$$z(x=0)=z''_{xx}(x=0)=z(x=\ell)=z''_{xx}(x=\ell). \qquad (4)$$

Решение уравнения (3) при граничных условиях (4) и начальных (I)-(2) может быть получено классическим методом. Общее решение является суммой однородного решения z_0 и неоднородного $z_н$.

Решение однородного уравнения известно [I]:

$$z_0=\sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(k_n x)\cos(\lambda_n \tau), \qquad (5)$$

где $k_n=\pi n/\ell$; $\lambda_n=ak^2_n$, постоянная B_n определяется из начального условия (I):

$$B_n=\frac{16b}{\pi^3 n^3}\left(\cos(n\pi)-1\right). \qquad (6)$$

Частота собственных колебаний трубопровода

$$f=\lambda_n/(2\pi)=\frac{\pi n^2}{2\ell^2}\sqrt{\frac{EJ}{\rho s}}.$$

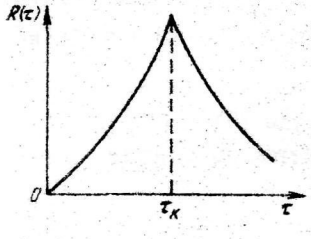


Рис.2. Кривая нарастания сейсмической волны

Период собственных колебаний пропорционален квадрату длины и обратно пропорционален моменту инерции поперечного сечения.

Решение неоднородного уравнения $z_н$ может быть найдено, если известен вид импульсного воздействия $R(t)$. Форма кривой нарастания сейсмической волны может быть апроксимирована функцией (рис.2):

$$R(t)=\begin{cases} sh(\xi t), & 0\le t\le t_к \\ sh(\xi t_к)\,e^{-\xi(t-t_к)}, & t>t_к \end{cases}.$$

Решение находим методом вариации произвольных постоянных:

$$z_н=\sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\sin\left(\frac{\pi n x}{\ell}\right),$$

где функция $T_n(t)$ находится по уравнению (3):

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[T'_n+\lambda^2_n T_n\right]\sin(k_n x)=-\frac{R(t)}{\rho s}. \qquad (8)$$

Согласно выражению (8) необходимо разложить функцию $R(t)$ в ряд Фурье по синусам:

$$R(t)=\sum_{n=1}^{\infty} R_n(t)\sin(k_n x), \qquad (9)$$

тогда для каждого n имеем уравнение:

$$T_n'' + \lambda_n^2 T_n = -\frac{1}{\rho S} R_n(t),$$

решение которого находим методом вариаций:

$$T_n = C_1(t)\cos(\lambda_n t) + C_2(t)\sin(\lambda_n t). \qquad (10)$$

Постоянные $C_1(t)$ и $C_2(t)$ находятся из системы

$$\begin{aligned} C_1'\cos(\lambda_n t) + C_2'\sin(\lambda_n t) &= 0; \\ -\lambda_n C_1'\sin(\lambda_n t) + \lambda_n C_2'\cos(\lambda_n t) &= -\frac{R_n(t)}{\rho S}. \end{aligned} \qquad (11)$$

Определитель Вронского системы (II) равен λ_n, следовательно,

$$C_1 = \frac{(\cos(k_n l)-1)e^{\xi t_K}}{\lambda_n \rho S(\xi^2+\lambda_n^2)\pi n}\left[\xi\sin(\lambda t_K) - \mathrm{sh}(\xi t_K)e^{-\xi t}(\xi\sin(\lambda_n t) - \lambda_n\cos(\lambda_n t))\right];$$

$$C_2 = \frac{(\cos(k_n l)-1)e^{\xi t_K}}{\lambda_n \rho S(\xi^2+\lambda_n^2)\pi n}\left[\xi\left\{e^{-\xi t_K} - \cos(\lambda t_K)\right\} - \mathrm{sh}(\xi t_K)e^{-\xi t}(\lambda_n\sin(\lambda_n t) - \xi\cos(\lambda_n t))\right]. \qquad (12)$$

Общее решение равно сумме z_0 и z_H (см. формулы (5) и (10)). Напряжение от динамических нагрузок определяется по формуле

$$\sigma_g = -\frac{EJ}{W}\frac{\partial z}{\partial x}.$$

В нашем случае

$$\sigma_g = -\frac{EJ}{W}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{16b}{\pi^3 n^3}(\cos(n\pi)-1)\,k_n\cos(k_n x)\cos(\lambda_n t) -$$

$$-\frac{1}{\rho S}\sum_{n=1}^{\infty}k_n\cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right)\left[C_1\cos(\lambda_n t) + C_2\sin(\lambda_n t)\right]. \qquad (13)$$

Расчеты по формуле (13) при различных значениях параметра ξ показывают, что напряжения от динамических нагрузок могут превышать предел прочности на разрыв материала, поэтому необходимо уменьшать длину пролета l.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров И.А., Спиридонов В.В. Надземная прокладка трубопроводов. М., Недра, 1973.

2. Покровская В.Н. Трубопроводный транспорт в горной промышленности. М., Недра, 1985.

3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., Наука, 1959.