Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1987, т. 113

УДК 550.83.01

О ВОЗМОЖНОСТИ ОБОБЩЕНИЯ МЕТОДА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ЗАДАЧИ О ПОЛЯХ В ОБЛАСТЯХ, СОДЕРЖАЩИХ ГРАНИЦУ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ[x]

К.В.ТИТОВ

Широко распространенный в задачах разведочной геофизики, в частности – электроразведки, метод электростатических изображений [3], как известно, применим для задач, где неоднородности среды ограничены плоскостями или цилиндрами (или прямыми и окружностями в двумерном случае). Введение в современную математику понятия о симметрии относительно произвольной кривой [2, 4] создает определенные предпосылки для обобщения указанного метода на произвольные или, быть может, достаточно гладкие границы раздела, выражаемые аналитическими функциями. Рассмотрим эти предпосылки.

Во-первых, в геометрии существует традиционное понятие о симметрии относительно прямой или плоскости и окружности или цилиндра (в зависимости от размерности задачи). Во-вторых, метод электростатических изображений применим для того же класса областей. С введением понятия симметрии относительно произвольной кривой, естественно предположение о том, что и метод изображений можно распространить на более широкий класс задач. Положим, что имеется некая аналитическая кривая L, ограничивающая область D. Очевидно, что такая кривая (речь идет о двумерной задаче) может быть вместе с заключенной в ней областью конформно отображена на единичный круг. Если рассматриваемая кривая не замкнута, то ее отобразим вместе с ограничиваемой ею незамкнутой областью на комплексную полуплоскость (нижнюю или верхнюю, в зависимости от того, нижнюю или верхнюю область мы отображаем). В комплексном единичном круге или полуплоскости решим, что, очевидно, не составит сложности, задачу нахождения функции, удовлетворяющей уравнению Лапласа или Пуассона и геометрии окружности или полуплоскости методом электростатических изображений. Получив координаты точек расположения фиктивных источников на комплексной полуплоскости или единичном круге и произведя обратное отображение, получим искомое решение.

Заметим один факт, затрудняющий построение решения задачи. Известно, что для единственности конформного отображения необходима некоторая дополнительная информация, а не только уравнение кривой, ограничивающей отображаемую область [1]. Эта информация связана со знанием точек расположения

[x] Печатается в дискуссионном порядке.

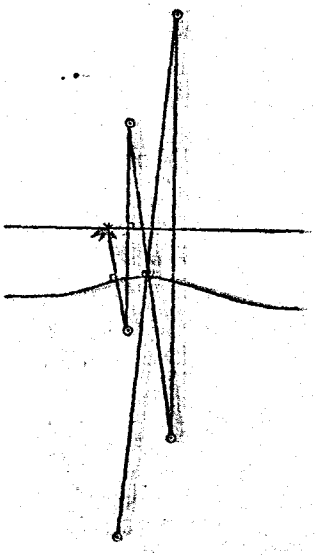


Схема к задаче о двумерной двуслойной среде со структурой в виде вала

фиктивных источников – изображений. Такое затруднение не было бы существенно, если справедлива следующая гипотеза. Возможно, что для достаточно гладких и «плоских» кривых можно находить фиктивные источники – изображения, пользуясь понятием симметрии относительно произвольной кривой. Тогда для отыскания изображения можно действовать по следующему простому правилу: для нахождения изображения источника относительно произвольной, достаточно гладкой кривой, достаточно воспользоваться формулой $Z_X = f(Z)$, приведенной в [4], где $f(Z)$ – правая часть уравнения контура кривой в комплексных координатах, Z_X – симметричная точка. Возможно существование не одного, а нескольких изображений одного источника (для случаев замкнутых кривых и для случаев многократных отражений).

Рассмотрим пример, составленный в предположении о справедливости сформулированной гипотезы: это задача о поле постоянного тока над двумерной двуслойной средой, включающей структуру в виде вала (см. рисунок). Используя выдвинутую гипотезу, получим для поля в первой среде

$$u_1 = \frac{J\rho_1}{2\pi}\left(\ln r + K_{12}^{1}\ln r_1 + K_{12}^{2}\ln r_2 + K_{12}^{3}\ln r_3 + \ldots\right),$$

где J – ток, стекающий с электрода; ρ_1 – сопротивление в среде I; K_{12}^{n} – коэффициент эмиссии, $K_{12}^{n} = \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\right)^n$; r – расстояние от источника до точки наблюдения; r_1, r_2, r_3, ... – расстояния от точки наблюдения до фиктивных источников – изображений.

Автор считает, что приведенные рассуждения не следует рассматривать как строгое доказательство обобщения метода на границы, задаваемые произвольной аналитической функцией, и рассматривает изложенное как некоторое обоснование выдвинутой в дискуссионном порядке гипотезы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука, 1984. 831 с.

2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., Наука, 1984. 432 с.

3. Смайт В. Электростатика и электродинамика. М., Иностранная литература, 1954. 604 с.

4. Цирульский А.В., Никонова Ф.И. К вопросу о теоретическом решении обратной задачи логарифмического потенциала. – В кн.: Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей. Свердловск, изд. УНЦ АН СССР, 1977, с. 31–38.