Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1987, т. 113

УДК 550.831.01+550.838.01

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ НЕКОТОРЫХ ДВУХМЕРНЫХ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА, ОПИСЫВАЕМЫХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

С.В.ЗАХАРОВ

При расчетах гравитационных, а иногда и магнитных полей структурных осложнений платформенного чехла и интерпретации соответствующих аномалий широко используется представление о двухмерных контактных поверхностях – границах раздела сред с различными физическими свойствами. Использование такой модели обосновано тем, что около 38 % структур платформенного чехла можно считать двухмерными в плане [6]. При решении прямых задач для контактной поверхности отклонение границы раздела сред с различными физическими свойствами от горизонтальной аппроксимируют либо регулярными кривыми [2, 10, 12], либо совокупностью призм [2, 8]. Достаточно детальный список публикаций по решению прямых задач для контактных поверхностей приведен в работах [2, 8, 10, 12]. Решение обратных задач является достаточно сложным и сопряжено с трудностями теоретического и вычислительного характеров. Первые связаны с невозможностью (в общем случае) решения обратной задачи для контактной поверхности без априорных данных о глубине ее горизонтальной ассимптоты и о скачке плотности на границе раздела сред [7, 9, 11]. Трудности вычислительного характера возникают при описании контактных поверхностей моделями достаточно общего вида, что ведет к большой размерности обратной задачи и сильной неустойчивости ее решения [7]. В этом случае, как известно, не всегда спасает и применение устойчивых методов решения обратных задач методом подбора, например, метода регуляризации [5, 8]. Однако влияние обоих этих факторов может быть в значительной степени снижено, если при решении обратных задач использовать такие модели контактных поверхностей, для которых имеет место единственность решения обратной задачи [5, 7, 11] и которые при сравнительно небольшом количестве неизвестных параметров могли бы аппроксимировать достаточно обширный класс границ раздела.

Покажем, что при решении прямых и обратных задач для контактной поверхности в линейной постановке, т.е. в предположении, что мощности аномалеобразующих объектов много меньше глубины их залегания, можно выделить целый класс контактных поверхностей, удовлетворяющих поставленным требованиям. Для таких контактных поверхностей с почти везде гладкими границами раздела решение прямой задачи может быть получено аналитически и в конечном виде.

Вывод формул решения прямой задачи базируется на следующем широко известном теоретическом факте: внешние потенциальные поля эллиптического цилиндра $x^2/a^2 + z^2/c^2 \le 1$ плотностью σ и материальной пластины $-b \le \xi \le b$, $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ с линейной плотностью масс

$$\sigma_л = \frac{2ac\sigma}{b^2}\sqrt{b^2 - \xi^2} \qquad (I)$$

тождественно равны. Этот теоретический пример приводится в работах [4, I2], но ни в одной из них переменная линейная плотность в формуле (I) не трактуется как линейная плотность однородной пластины переменной мощности. Однако именно к такой модели сводится модель двухмерной контактной поверхности при решении прямой задачи в ее линейной постановке [2] (колебания границы раздела z/ξ много меньше глубины ее залегания h). Из изложенного ясно, что внешнее потенциальное поле контактной поверхности со скачком плотности σ на границе раздела

$$z(\xi) = \begin{cases} h - \dfrac{2ac}{b^2}\sqrt{b^2 - \xi^2} = h - \Delta h\sqrt{1 - \xi^2/b^2}, & |\xi| \le b \\ h, & |\xi| > b \end{cases} \qquad (2)$$

тождественно равно внешним потенциальным полям двух ранее рассмотренных моделей. При этом Δh в формуле (2) – максимальное отклонение границы раздела от прямой $z = h$. Из связи гравитационного и магнитного полей, описываемой уравнением Пуассона [I], ясно, что все вышесказанное справедливо и для магнитных полей, в том числе поля ΔT.

Так как аналитические выражения потенциальных полей эллиптического цилиндра известны [I, 3, 4, I2], то, с учетом формулы (2), формулы для вычисления внешних потенциальных полей Δg и ΔT (в гармоническом приближении) могут быть записаны в виде

$$\Delta g = 2\pi k b \sigma \Delta h \frac{h}{c_1(a_1 + c_1)}; \qquad (3)$$

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{2} b \Delta h J_{xz} \frac{\sin I}{\sin\varphi_0} \frac{1}{c_1}\left[\left(\frac{h^2 a_1}{c_1^2 t} - \frac{1}{a_1 + c_1}\right)\cos\varepsilon - \frac{(x-\xi)h}{a_1 t}\sin\varepsilon\right], \qquad (4)$$

где

$$c_1 = \sqrt{0{,}5(r^2 - b^2 + t)}; \quad t = \sqrt{(r^2 + b^2)^2 - 4(x-\xi)^2 b^2};$$

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + h^2}; \quad a_1 = \sqrt{c_1^2 + b^2}; \quad \varepsilon = 180^\circ - \varphi - \varphi_0;$$

φ_0 и φ – углы между проекциями векторов T_0 и J соответственно на плоскость xOz и осью Ox; x – координата точки наблюдения; ξ – абсцисса центра контактной поверхности; k – гравитационная постоянная; J_{xz} – проекция вектора J на плоскость xOz; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

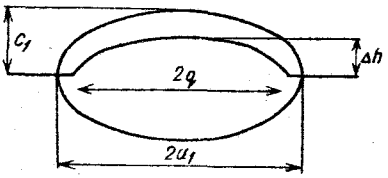


Рис.1. Эллиптический цилиндр и эквивалентная ему по внешнему потенциальному полю контактная поверхность

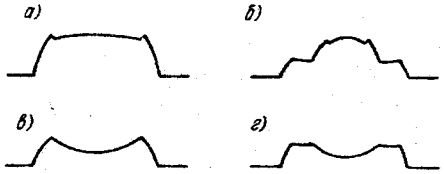


Рис.2. Разрезы контактных поверхностей, эквивалентных по внешнему потенциальному полю двум (а, в) и четырем (б, г) эллиптическим цилиндрам

Показанная эквивалентность внешних потенциальных полей эллиптического цилиндра и рассмотренной контактной поверхности позволяет рассчитывать гравитационные и магнитные поля от более сложных контактных поверхностей или слоистых сред, эквивалентные полям от нескольких эллиптических цилиндров.

Рассмотрим теперь реальные геологические объекты, которые могут быть аппроксимированы такими моделями. При решении задач нефтяной геологии с помощью высокоточных грави- и магниторазведки объектами поисков являются в частности рифовые массивы, структуры облекания и локальные погребенные антиклинальные структуры в осадочном чехле, с учетом чего и „конструировались" модели (рис.I, 2). Так модели (рис.I и 2,а) могут быть применены для моделирования антиклинальных структур и рифовых массивов. Барьерные рифы, окаймляющие лагуны и характеризующиеся крутыми внешними и пологими внутренними склонами, хорошо аппроксимируются моделями (рис.2,в и г), а структуры облекания, формирующиеся над ступенчатыми горстами, – моделями (рис.2,б и г). При этом учтено, что кровля выступа должна иметь ступенчатую форму.

При решении обратной задачи для случая гравитационного поля будем считать, что изучаемая аномалия наблюдается на региональном фоне, который можно аппроксимировать полиномом степени n, и вызывается эффектом от совокупности N контактных поверхностей. Пусть, далее, каждая контактная поверхность может быть аппроксимирована совокупностью из L_j элементарных границ раздела ($j = \overline{1,N}$), описываемых формулой (2). Тогда, в соответствии с формулами (3) и (4) эффект от j-й контактной поверхности в точке x_i можно записать в виде

$$\Delta g_{ij} = 2\pi k \sum_{p=1}^{L_j} \mu_{jp}\, b_{jp}\, \frac{h_j}{c_{jp}(a_{jp} + c_{jp})}\,, \qquad (5)$$

где $\mu_{jp} = \sigma_j \Delta h_{jp}$; σ_j, Δh_{jp}, b_{jp}, h_j, c_{ip} и a_{jp} – параметры, имеющие тот же смысл, что и σ, Δh, b, h, c_1 и a_1 соответственно в формулах (3) и (4). Суммарное гравитационное поле от всего разреза в этом случае можно записать в виде

$$\Delta g_i = \sum_{j=1}^{N} \Delta g_{ij} + \sum_{\ell=0}^{n} s_\ell\, x_i^\ell\,, \qquad (6)$$

где s_ℓ – коэффициенты полинома. Общее количество параметров разреза и коэффициентов фонового полинома в выражении (6)

$$q = 3\sum_{j=1}^{N} L_j + N + n + 1 .$$

Пусть y_ν, $\nu = \overline{1, q}$ – вектор неизвестных параметров, элементы которого определяются следующим образом:

$$y_\nu = \begin{cases} h_j , & \nu = j + 3S \\ \xi_{jp}, & \nu = j - 2 + 3(S+p) \\ b_{jp}, & \nu = j - 1 + 3(S+p) \\ \mu_{jp}, & \nu = j + 3(S+p) \\ s_\ell , & \nu = q - n + \ell - 1 , \end{cases} \qquad (7)$$

где $S = \sum_{\nu=1}^{j-1} L_\nu$.

Тогда, если аномальное поле Δg_i задано в $m > q$ точках x_i, $i = \overline{1, m}$, то, обозначив

$$f_i(y) = \sum_{j=1}^{N} \Delta g_{ij} + \sum_{\ell=0}^{n} s_\ell x_i^\ell - \Delta g_i \qquad (8)$$

и учитывая формулу (6), можно формально определить значение вектора y как решение задачи минимизации функционала

$$\| Fy \|_{H_2} = \sum_{i=1}^{m} f_i^2(y) = min , \qquad (9)$$

где F – нелинейный оператор прямого отображения из пространства H_1 неизвестных параметров y_ν, $\nu = \overline{1, q}$ в пространство H_2 вектор-функций $f_i(y)$, $i = \overline{1, m}$ [2, 8]. Однако задача минимизации функционалов типа (9), как известно, часто является сильно неустойчивой, поэтому некорректную задачу (9) обычно заменяют условно корректной задачей [5, 7, 8, II]

$$M^\alpha[y, F] = \|Fy\|^2_{H_2} + \alpha \| y - y_0 \|^2_{H_1} = min , \qquad (10)$$

где $\|y - y_0\|^2_{H_1} = \sum_{\nu=1}^{q} (y_\nu - (y_0)_\nu)^2$; y_0 – вектор начальных приближений к решению; α – параметр регуляризации, выбираемый из условия $\|Fy\|^2_{H_2} \leq \delta^2$; δ – средняя квадратическая ошибка в задании поля.

Для решения задачи (10) на ЭВМ был выбран метод Тихонова – Гласко, детально описанный в работах [2, 8]. Для реализации этого метода необходимо вычисление частных производных функций f_i по параметрам y_ν. Дифференцируя функцию (8) с учетом формул (3)–(7), получим

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_\nu} = \begin{cases} 2\pi k \sum_{p=1}^{N_j} b_{jp}\mu_{jp}\left(\dfrac{1}{a_{ip}+c_{jp}} - \dfrac{h_j^2\, a_{jp}}{c_{jp}^2\, t_{jp}}\right)\dfrac{1}{c_{jp}}, \\ \nu = j+3S; \\ 2\pi k\, b_{jp}\,\mu_{jp}\,\dfrac{(x_i-\xi_{jp})\,h_j}{a_{jp}\,c_{jp}\,t_{jp}}, \quad \nu = j-2+3(S+p); \\ 2\pi k\,\mu_{jp}\,h_j\,\dfrac{b_{jp}^2(x_i-\xi_{jp})^2 + a_{jp}^3\,c_{jp}}{a_{jp}^2\,c_{jp}(a_{jp}+c_{jp})\,t_{jp}}, \quad \nu = j-1+3(S+p); \\ 2\pi k\,\dfrac{h_i}{c_{jp}(a_{jp}+c_{jp})}, \quad \nu = j+3(S+p); \\ x_i^{\ell}, \quad \nu = q-n+\ell-1. \end{cases}$$

Для составления программы решения обратной задачи с использованием метода спуска по параметру Тихонова – Гласко был реализован алгоритм, детально описанный в работе [8]. Единственное отличие от него заключается в том, что при итерационном процессе минимизации функционала (IO) прекращение итераций происходит при выполнении условия

$$\max_{\nu}\left|\frac{(y_\nu)_{i+1}-(y_\nu)_i}{(y_\nu)_i}\right| \leq \varepsilon,$$

где $(y_\nu)_i$ и $(y_\nu)_{i+1}$ – приближения к экстремали функционала, получаемые на i-м и $(i+1)$-м шаге итераций. Для выбора решения из последовательности значений $y^{\alpha p}$ экстремалей функционала (IO), получаемых при различных значениях параметра регуляризации α, в программе использованы квазиоптимальный критерий и критерий минимума невязки [2, 8, II].

Составленная программа была опробована на теоретических и практических примерах. Первые показали хорошую устойчивость решения и сходимость алгоритма для выбранных моделей, однако из-за ограниченного объема статьи результаты этих исследований здесь не приводятся. Опробование на реальных полях над известными геологическими разрезами проводилось с целью показать возможности практического применения программы для интерпретации материалов полевых гравиметрических съемок. Один из таких примеров приводится ниже.

Аномальное поле от предполагаемого поднятия фундамента (рис.3) наблюдается на фоне отрицательной региональной аномалии и в своей центральной части осложнено небольшим минимумом. Последний может быть связа

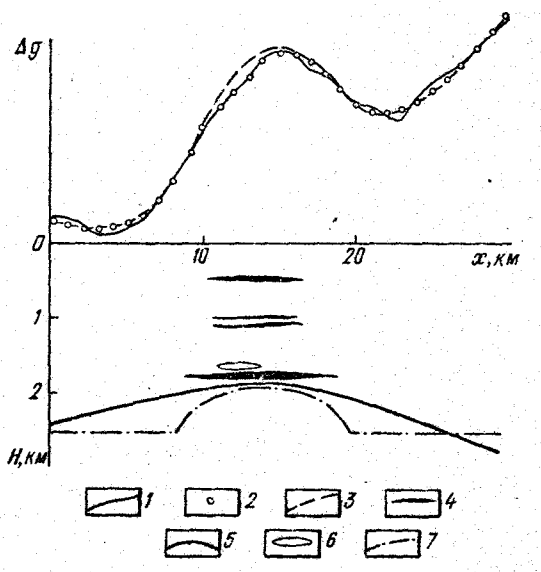


Рис.3. Пример интерпретации гравитационного поля Δg на одном из газовых месторождений полуострова Ямал

1 – аномальное поле; 2 – подобранное поле; 3 – суммарное гравитационное поле фоновой составляющей и эффекта от структурной границы по результатам решения обратной задачи; 4 – предполагаемые контуры газовых залежей по результатам бурения; 5 – граница отражающего горизонта по данным сейсморазведки; 6 – подобранная залежь газа; 7 – подобранное положение структурной границы

как непосредственно с эффектом от залежей газа, так и с совместным влиянием залежей и латеральной изменчивости осадочных пород в пределах изучаемой структуры. Задачи интерпретации были сформулированы следующим образом: установить природу положительной гравитационной аномалии, выяснить, может ли осложняющий ее минимум быть сформирован в основном за счет эффектов от залежей газа.

После выполнения нескольких пробных просчетов по программе была выбрана следующая параметризация моделей геологического разреза и регионального фона: изучаемая аномалия и осложняющий ее минимум подбирались полем от двух залегающих на разной глубине источников, гравитационное поле каждого из которых описывается формулой (3), а региональный фон аппроксимировался полиномом второй степени. Таким образом, общее количество неизвестных, подлежащих определению, равнялось одиннадцати.

В процессе подбора, естественно, были получены не реальные физические и геометрические параметры источников, а величины их гармонических моментов и координаты положения в разрезе фокусов соответствующих им аллиптических цилиндров. Это позволило построить для каждого из источников модель, наиболее отвечающую априорным данным. В качестве источника положительной аномалии была выбрана модель контактной поверхности со скачком плотности на границе раздела 0,3 г/см^3, а источником отрицательной аномалии – модель эллиптического цилиндра. Совместное рассмотрение результатов интерпретации и данных сейсморазведки и бурения показывает, что положительная аномалия, по всей вероятности, вызвана эффектом от плотных пород, слагающих центральную часть поднятия фундамента, которому соответствует положение отражающего горизонта, а локальный минимум, осложняющий эту аномалию, сформирован в основном за счет эффекта от залежи газа, находящейся на глубине около 1800 м.

Приведенный пример показывает применимость предлагаемого метода геометризации разрезов для решения обратных задач структурной гравиразведки,

основным достоинством которого является возможность описания различных геологических объектов при использовании сравнительно небольшого количества неизвестных параметров, а также различного истолкования результатов подбора в рамках эквивалентности внешних потенциальных полей рассмотренных моделей в зависимости от априорной информации и физического смысла полученного решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берсудский Л.Д., Логачев А.А., Солодухо О.Ю. Курс магниторазведки. Л.-М., Гостоптехиздат, 1940. 288 с.

2. Гравиразведка. Справочник геофизика. / Под ред. Е.А.Мудрецовой. М., Недра, 1981. 397

3. Колюбакин В.В., Лапина М.И. Обзор способов решения прямой и обратной задачи магнитной разведки. - Тр. Ин-та физики Земли, 1960, № 13 (180), 356 с.

4. Лучицкий А.И. Решение плоской прямой задачи гравиметрии и магнитометрии для областей, ограниченных кривыми второго порядка и отрезками прямых. - В кн.: Прикладная геофизика, вып. 93. М., Недра, 1978, с. 119-129.

5. Мудрецова Е.А., Гласко В.Б., Филатов В.Г. *О разрешающей способности* метода регуляризации и определении участка характерного изменения формы контактной поверхности. - Изв. АН СССР, Физика Земли, 1974, № 6, с. 98-101.

6. Мудрецова Е.А., Комарова Г.М., Филатов В.Г. Применение регуляризации при интерпретации гравиразведочных данных с целью прямых поисков нефти и газа. - В кн.: Теория и методика интерпретации гравимагнитных полей / Отв. ред. В.И.Старостенко, В.Н.Страхов. Киев, Наукова Думка, 1981, с. 143-153.

7. О решении обратной задачи гравиметрии для контактной поверхности на основе метода регуляризации / В.Б.Гласко, Б.А.Володин, Е.А.Мудрецова, Н.Ю.Нефедова. - Изв. АН СССР, Физика Земли, 1973, № 2, с. 30-41.

8. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев, Наукова Думка, 1978. 228 с.

9. Страхов В.Н. К теории обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности. - Изв. АН СССР, Физика Земли, 1974, № 6, с. 39-60.

10. Страхов В.Н., Лучицкий А.И., Лапина М.И. Решение прямых двухмерных задач гравиметрии и магнитометрии для распределения источников с бесконечными носителями *методом параметрического представления границы*. - В кн.: *Теория и практика интерпретации* гравитационных и магнитных полей в СССР / Отв. ред. В.И.Старостенко. Киев, Наукова Думка, 1983, с. 220-251.

11. Тихонов А.Н., Гласко В.Б. О применении метода регуляризации в задачах геофизической интерпретации. - Изв. АН СССР, Физика Земли, 1975, № 1, с. 38-48.

12. Шванк О.А., Люстих Е.Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. М.-Л., Гостоптехиздат, 1947. 400 с.