Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
1988, т. 115

УДК 55.001:530.1

† ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛЕВОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВА - ВРЕМЕНИ В ГЕОЛОГИИ

С.М.БАЗАРОВ

Материальный мир познается с двух основных позиций: энергоматериальной и структурной. Первая определяется корпускулярными параметрами состояния: энергией (массой) и импульсом, а вторая - их пространственно-временными масштабами распределения. Современная физика стоит на двух столпах: теории относительности и квантовой механике [5]. Им в соответствие можно сформулировать принцип топологической относительности: сохранение формы (ковариантность) физических законов и численных значений фундаментальных постоянных в условиях двойственности физических систем образа и прообраза отображения при непротиворечивости аксиоматике квантовой механики и специальной теории относительности [2]. Основной принцип современной физики (частица имеет античастицу) расширяется топологическим принципом: физическому пространству - времени мира Минковского соответствует двойственный мир (комир), возникающий как прямое следствие законов специальной относительности и квантовой механики. Первым примером частицы, удовлетворяющей принципу топологической относительности, является известный магнитный монополь Дирака, постулируемый соотношением $2\mu = e\alpha^{-1}n$, $n \in N$ (здесь e - единица электрического заряда; α - постоянная тонкой структуры). На основании принципа топологической относительности мультипликативная инверсия расширяется с зарядов на их энергии (массы), импульсы и метрику пространства - времени как двойственного мира.

Представления мультипликативной двойственности известны из анализа структуры кристаллической решетки. Примитивным трансляциям решетки $A = n_j a_j$, $n \in N$ (j = I, 2, 3) строится в соответствие обратная решетка $B = m_k b_k$, $m \in N$ (k = I, 2, 3) со связующим соотношением двойственности $a_j b_k = 2\pi\delta_{jk}$ (здесь δ_{jk} - символ Кронекера ранга 2). В физике твердого тела обратной решетке построено в соответствие представление квазичастицы [10]. Если за образующие прямой решетки взять параметры волны де Бройля (τ и λ - период и длину), то образующие обратной решетки выполняют роль энергии E и импульса p самих частиц, как это следует из известных соотношений де Бройля

$$E\tau = 2\pi\hbar \longrightarrow E = \hbar\omega;$$
$$p\lambda = 2\pi\hbar \longrightarrow p = \hbar k,$$

где $\hbar$ - фундаментальная постоянная Планка.

Здесь образующие прямой и обратной решетки являются коммутирующими переменными и принадлежат абелевой алгебре.

В векторной алгебре возникают коммутирующие и антикоммутирующие мультипликативно-двойственные представления векторов. Вектору a построим обратный вектор a^{-1} такой, что его скалярное произведение с исходным равно единице и направление векторов совпадает. Это инверсная полугруппа с мультипликативной коммутирующей инверсией $\left[a^{-1}, a\right] = a^{-1}a - aa^{-1} = 0$ - на алгебрах с делением действительных, комплексных, кватернионных и октавных чисел. Поэтому размерность мультипликативно-двойственной решетки равна I, 2, 4 и 8. Вектору a построим в соответствие ортогонально обратный вектор $a_\perp^{-1}$, векторное произведение которого с исходным равно единичному ортогональному вектору $a_\perp^{-1} \times a = e_\perp$. Три вектора $a_\perp^{-1}$, a, $e_\perp$ взаимно ортогональны (вектор $a_\perp^{-1}$ принадлежит пространству аннуляторов вектора a), им соответствует антикоммутатор

$$\left\{a_\perp^{-1}, a\right\} = a_\perp^{-1}a + aa_\perp^{-1} - e_\perp - e_\perp = 0, \quad e_\perp^2 = 0.$$

Это подалгебра грассмановой алгебры антикоммутирующих переменных $\left\{x_i, x_j\right\} = 0$, $x_i^2 = x_j^2 = 0$. Векторы $a_\perp^{-1}$ и a становятся антикоммутирующими образующими обратной и прямой решеток. Изменив нильпотентную единицу $e_\perp^2 = 0$ алгебры Грассмана на идемпотентную единицу $e^2 = I$ алгебры Клиффорда, получаем образующие прямой и обратной решеток как симметричные элементы мультипликативной антикоммутирующей инверсной полугруппы $\left\{a^{-1}, a\right\} = 2$ на подалгебре с клиффордовой мультипликативной инверсией

$$\left\{x_i^{-1}, x_j\right\} = 2e\,\delta_{ij}.$$

Ставится естественная задача объединения коммутирующих и антикоммутирующих образующих прямой и обратной решеток в единую супералгебру. Объединение абелевых и грассмановых решеток производится на супералгебре коммутирующего суперкоммутатора

$$\left[x_i^{-1}, x_j\right] = (-1)^{\alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)}\left[x_j, x_i^{-1}\right].$$

Здесь функция четности однородных переменных $\alpha = 0$ для четных образующих и $\alpha = I$ для нечетных. Это подалгебра супералгебры [4]. Монадные алгебры ($\alpha = 0$ и $\alpha = I$) объединяются в диадную Z_2-градуированную алгебру, не порождающую новой алгебры.

Объединим абелевы и клиффордовы образующие решеток в суперрешетку:

$$\left[x_i^{-1}, x_j\right] = (-1)^{\alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)}; \quad \left[x_j, x_i^{-1}\right] = 2\alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)\delta_{ij};$$
$$\left[x_i^{-1}, x_j\right] = (-1)^{\alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)}; \quad \left[x_j, x_i^{-1}\right] = \alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)\left[1 - \alpha(x_i^{-1})\alpha(x_j)\right]^{\delta_{ij}},$$

порождая новую алгебру. Построенный суперкоммутатор позволяет объединить образующие решеток на трех алгебрах: абелевых ($\alpha = 0$), грассмановых ($\alpha = I$) и клиффордовых ($\alpha = i$) переменных - в одну триадную супералгебру с триадной Z_3-градуированной суперрешеткой.

Следует отметить, что триадная алгебра порождает новую алгебру с функцией однородности $\alpha = i^{1/2}$. Так рождается тетрадная суперрешетка, а с ней и супералгебра, которая приводит к асимптотическому процессу порождения полиадной супералгебры. Так происходит естественный процесс расширения представлений об образующих прямой и обратной решеток на супералгебрах, носящих $Z_{n-\infty}$-градуированный характер.

В квантовой механике используется внешнее геометрическое пространство - время специальной теории относительности (представление песочных часов) на алгебре действительных чисел (координатное пространство - время - это аддитивная группа [II]). Параметры волны де Бройля λ, τ (образующие прямой решетки) характеризуют внутреннее пространство - время частицы (представления маятника), которое в корне отличается от внешнего, хотя и используется для его измерения ($x = \lambda n$, $t = \tau n$, $n \in N$). Отметим, что внешнее пространство - время x, t - это действительные числа; внутреннее λ, τ - это операторы, форма представления которых строится ниже.

Ставится задача перехода от пространства - времени специальной теории относительности и квантовой механики в простом параметризированном числовом представлении к внутреннему пространству - времени частицы (решетки) в операторном представлении и его представления в форме полей материи. Сделаем предоператорные построения двойственного мира Минковского. Специальная теория относительности сформулировала принцип эквивалентности систем отсчета пространства - времени двух наблюдателей: штрихованного (двигающегося) и нештрихованного (неподвижного) друг относительно друга. Образующие прямой решетки штрихованного наблюдателя описываются известными формулами [I2]

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $\beta = v/c$; v - относительная скорость движения наблюдателя; c - скорость света в вакууме.

Это прямые преобразования Лоренца на прямой решетке. Напомним, что образующие обратной решетки с точностью до множителя $\hbar$ - это импульсно-энергетические параметры. Для нештрихованного наблюдателя образующие двойственной прямой решетки (корешетки) получаются как результат применения обратных преобразований Лоренца на корешетке:

$$\Delta t' = \Delta t/\sqrt{1-\beta^2}; \qquad \Delta x' = \Delta x/\sqrt{1-\beta^2}.$$

Видно, что преобразования Лоренца, прямые и обратные, на решетках представляют собой гомотетию образующих абсолютных решеток ($\beta = 0$). Это мультгруппа на множестве действительных чисел с выколотым нулем. Образующие прямой решетки времени штрихованного наблюдателя можно представить в виде метрики на решетке

$$c^2(1-\beta^2)\Delta t^2 = c^2 \Delta t'^2.$$

Таково метрическое представление мира Минковского. Обратные преобразования на корешетке индуцируют метрику двойственного мира Минковского:

$$c^2(1-\beta^2)^{-1}\Delta t^2 - c^2\Delta t'^2.$$

С современных позиций мир Минковского и двойственный ему мир становятся аристотелевскими представлениями внешнего и внутреннего миров, выступающих в качестве взаимных дополнительностей друг к другу. Поэтому возникает следующее полевое представление внутреннего пространства - времени частицы, а с ним и образующих прямой кристаллической решетки. Параметрам волны де Бройля (образующим прямой решетки) ставятся в соответствие кочастицы (дебройлоны), которые движутся в двойственном мире. Имеют место релятивистские двойственные формулы для энергии и импульса частиц и кочастиц, которые становятся обобщенными представлением дуализма частица - волна в квантовой механике [I],

$$f:\begin{cases} E - \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \longrightarrow E_g - m_g c^2 \varphi(\beta)^{-1/2}; \\ p - \dfrac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}} \longrightarrow p_g v - m_g v \varphi(\beta)^{-1/2}, \end{cases}$$

$$\varphi(\beta) = \prod_{m=1}^{\infty} 1+\beta^{2^m}; \qquad E E_g = -E_0^2; \qquad p p_{gv} = E_0^2 c^{-2}\beta^2.$$

Это означает, что внутренней структуре пространства - времени системы ставится в соответствие импульсно-энергетическое представление параметров состояния, и она становится активным участником процессов, а не пассивным вместилищем событий. Диада - частица (E, p) и кочастица (E_g, p_{gv}) - замыкается третьей (E_0, p_0). Триада частиц приводит к дебройлонному расширению уравнения гравитации. Введем суперкоммутатор частица - кочастица:

$$\hbar k_i \hbar k_j k_i^{-1} k_j^{-1} = (-1)^{\alpha(k_i)\alpha(k_j)}\hbar^2.$$

Последовательное умножение его на уравнение гравитации в форме уравнения Пуассона

$$\hbar\omega\,\hbar\omega^{-1}\Delta\varphi = E_0^2, \quad E_0^2 = -4\pi\hbar^2 G\rho,$$

в ковариантной форме уравнения Пуассона

$$\hbar\omega\,\hbar\omega^{-1}\,\Box\varphi = E_0^2, \quad \hbar\omega = m\varphi$$

и в форме уравнения Гильберта - Эйнштейна [9]

$$\hbar k_i\,\hbar k_j\,k_i^{-1}\,k_j^{-1}\left(R_{ij} - \frac{1}{2}\delta_{ij}R\right) = E_{0ij}^2\,c^{-2},$$

$$E_{0ij}^2 = -8\pi\hbar^2 G c^{-2}\tau_{ij}$$

приводит к мультипликативной триаде: частиц (образующих обратной решетки пространства – времени), кочастиц (образующих прямой решетки пространства – времени) и полей материи, нормирующих мультипликативную связь дуальной системы частицы – кочастицы.

Построим операторное представление образующих триадной решетки. В координатном представлении квантовой механики пространство – время остается таким же, каким оно было в классической механике, а импульсу и энергии ставятся в соответствие дифференциальные операторы, действующие на волновую функцию ψ в гильбертовом пространстве,

$$p \to \hat{p}\,\psi = -i\hbar\nabla\psi;\quad E \to \hat{E}\psi = i\hbar\nabla_t\psi.$$

Дифференциальному оператору ∇ построим в соответствие обратный оператор ∇^{-1}, чтобы выполнилось групповое соответствие $\nabla\nabla^{-1} = \nabla^{-1}\nabla = I$. Ему соответствует также представление симметричных элементов мультипликативной инверсной полугруппы. В работе [5] обратный оператор ∇^{-1} построен в форме интегрального оператора $\nabla^{-1} = \int dx\,\theta$ с финитной функцией Хевисайда θ. Дифференциальный оператор ∇ как генератор группы трансляции пространства – времени является обратимым при операции инверсии знака $\nabla = -\nabla_-$, а интегральный оператор ∇^{-1} является необратимым для этой операции $\nabla_-^{-1} = -\int dx\,\theta = 0$. Если в дифференциальный оператор пространство – время входит как аддитивная группа (внешнее пространство – время), то в интегральный оператор оно входит как однонаправленная полугруппа (внутреннее пространство – время). Изменение оператора внутреннего времени $\nabla^{-1} = t > 0$ характеризует „стрелу" времени внутреннего пространства – времени и отвечает закону роста энтропии [11]. Отметим также, что если дифференциальный оператор ∇ является локальным оператором, то интегральный оператор ∇^{-1} является нелокальным, несущим глобальные аспекты теории. Операторное представление волны де Бройля как внутреннего пространства – времени частицы имеет вид

$$\hat{\lambda}_j\psi = 2\pi i\,\nabla_j^{-1}\psi = 2\pi i\int dx_j\,\theta\,\psi = \lambda_j\psi;\quad j = 1, 2, 3, 0.$$

Здесь собственное значение интегрального оператора равно параметрам волны де Бройля. Внешнее геометрическое пространство – время является точечным и непрерывным, а внутреннее пространство – время частицы становится нелокальным и характеризует продолжительность частицы в настоящем и протяженность пространственной точки месторасположения частицы. Это те пространственно-временные масштабы, не равные нулю, которые отделяют прошлое внутренней структуры от будущего и создают пространственную окрестность точки расположения. В частице, находящейся во внешнем пространственно-временном континууме, индуцируется пространственно-временная окрестность как свое внутреннее пространство – время, в корне отличающееся от внешнего.

Алгебра некоммутирующих обратных операторов $\hat{K}_j$, $\hat{K}_j^{-1}$ является естественным расширением алгебры скалярно-обратных векторов

$$\left[\hat{x}_j^{-1},\ \hat{x}_k\right] = in^{-1}\delta_{jk} \to \left[a^{-1}, a\right] - 0, \quad n \in N,\ n \to \infty.$$

Это некоммутирующая мультипликативная инверсная полугруппа на алгебре Ли некоммутирующих переменных, для которой алгебра коммутирующей инверсной полугруппы является асимптотической. Перемешивание симметричных операторов для функции однородности $\alpha = 0,I,\ i$ производится на супералгебре некоммутирующего суперкоммутатора, для которой асимптотической становится супералгебра коммутирующего суперкоммутатора.

Построенный обратный оператор ∇^{-1} соответствует фейнмановскому интегралу по путям с весовой функцией Θ:

$$A(x', x) = \int dx\, \Theta\, e^{is\hbar^{-1}}.$$

Развиваемое полевое представление структуры пространства - времени становится естественным расширением принципа согласованности фаз, лежащего в основании квантовой механики. Этот принцип сформулирован де Бройлем: «Допуская, что частица характеризуется внутренними колебаниями, в силу чего можно рассматривать ее как некие часы бесконечно малых размеров, я предположил, что эти часы движутся вместе с волной и что их внутренние колебания всегда находятся в фазе с колебаниями волны. Это и есть постулат «согласованности фаз»» [6, с.30].

Построим суперквантовое уравнение для собственного (внутреннего) осциллятора.

Гармонический осциллятор описывается известным уравнением [8]

$$d^2x/dt^2 + \omega_0^2 x = 0,$$

где x - отклонение; ω_0 - собственная частота колебаний.

После интеграции с граничным условием (при $t = 0$ значение $dx/dt = 0$) получим уравнение гармонического осциллятора в дифференциально-интегральной форме

$$\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \int dt\, x = 0.$$

Для построения суперквантового уравнения осциллятора сделаем естественный переход по принципу соответствия

$$x \to \psi,\ \frac{d}{dt} \to \frac{\partial}{\partial t}$$

и получим

$$\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \int dt\, x - 0 \to \frac{\partial \psi}{\partial t} + \omega_0^2 \int dt\, \psi = 0.$$

Волновую функцию будем рассматривать как собственную функцию, для которой спектр собственных значений суперпозиционного дифференциально-интегрального оператора $\partial/\partial t + \omega_0^2 \int dt$ будет описываться уравнением [3]

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t} + \omega_0^2 \int dt\right)\psi - \hat{E}_\Sigma \psi = E_\Sigma \psi.$$

126049

Здесь собственное значение оператора энергии суперпозиции частица – кочастица

$$E_\Sigma = \hbar\omega - \hbar\omega_0^2\omega^{-1}, \quad EE_g = -\hbar^2\omega_0^2 .$$

При $\omega_0 = 0$ получаем известное уравнение Шредингера для эволюции

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \hat{E}\psi = E\psi = \hbar\omega\psi .$$

Построенное суперквантовое уравнение имеет два решения для временной компоненты волновой функции

$$\psi_{1t} = \exp(-i\omega t)\exp\left[\frac{i}{2}\left(\frac{\omega_0^2}{\omega} - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)t\right];$$
$$\psi_{2t} = \exp\left(i\frac{\omega_0^2}{\omega}t\right)\exp\left[\frac{i}{2}(\omega-\omega)t\right].$$

Двойное решение формирует физический образ частицы с энергией $E = \hbar\omega$ как суперпозицию частицы и соответствующей ей вакуумной кочастицы (дебройлона) и кочастицы с энергией $E_g = -\hbar\omega_0^2\omega^{-1}$ как композицию кочастицы и вакуумной частицы. Второе решение суперквантового уравнения осциллятора характеризует современное представление вакуума как субстанционального полевого носителя внутреннего времени.

Если классическая квантовая механика имеет дело с операторами представления

$$\hat{E}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = E\psi = \hbar\omega\psi ,$$

то суперквантовая механика оперирует представлениями

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t} + \omega_0^2\int dt\right)\psi = \left(\hat{E}-\hat{E}_g\right)\psi = \hbar\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)\psi .$$

При включении электромагнитного поля операторное представление энергии сводится к переходу от обычной производной к ковариантной для частиц:

$$E \to \hat{E} = i\hbar\nabla_t \to i\hbar D_t = i\hbar\left(\nabla_t + ie\hbar^{-1}c^{-1}A_0\right), \quad A_0 = c\varphi .$$

Поэтому ставится задача операторного перехода от интеграла к ковариантному интегралу для кочастиц. Напомним связь

$$\nabla\nabla^{-1} = \frac{\partial}{\partial t}\int dt = 1 .$$

Ковариантный интеграл построим, решая уравнение $D_t D_t^{-1} = I$, или

$$\left(\partial/\partial t + ie\hbar^{-1}c^{-1}A_0\right)D_t^{-1} = \frac{\partial}{\partial t}D_t^{-1} + ie\hbar^{-1}c^{-1}A_0 D_t^{-1} = 1 .$$

Решение имеет вид [7]

$$D_t^{-1} = e^{-F}\left(D_{t-0}^{-1} + \int_0^t dt\, e^{F}\right), \quad F = ie\hbar^{-1}c^{-1}\int_0^t dt A_0 .$$

Полагая $D^{-1}_{t=0} = 0$, получаем ковариантный интеграл

$$D^{-1}_t = e^{-F}\int_0^t dt e^F,$$

который при $A_0 = 0$ (электромагнитное поле выключено) переходит в обычный интеграл $D^{-1}_t(A_0=0)=\int dt$. Удобно представить ковариантный интеграл в виде

$$D^{-1}_t = e^{-F}\left[\int dt,\ e^F\right] + \int dt$$

(здесь коммутатор $\left[\int dt,\ e^F\right] = \int dt\, e^F - e^F\int dt$).

Так вырисовываются контуры коэлектромагнитного поля как двойственного современному представлению электромагнитного поля. Здесь принцип двойственности определяется мультипликативной связью $DD^{-1} = I$ с асимптотикой $\nabla\nabla^{-1} = I$ (переход от ковариантной производной к ковариантному интегралу). Отметим, что если дифференциальные операторы характеризуют локальное представление полей материи, то интегральные операторы несут глобальное представление по траекториям путей движения.

Ранее отмечалось, что метрика мира Минковского и двойственного мира на решетке образуют мультгруппу на множестве положительных действительных чисел без нуля. Это коммутативная локально биокомпактная топологическая группа. Метрику двойственного мира можно представить как евклидову с гомотетией [I, 5]. Переход от псевдоевклидовой метрики мира Минковского к евклидовой метрике можно совершить либо виковским поворотом времени $t \to -it$, либо переходом от движения к антидвижению $x \to ix$. В мире Минковского псевдорасстояние является инвариантом

$$ds^2_- = c^2dt^2 - dx^2 = \begin{cases} inv > 0, & 0 \leqslant v < c, \\ 0, & v = c. \end{cases}$$

Изотопное пространство - время световых частиц характеризуется условием равенства нулю псевдорасстояния, поэтому можно построить коммутатор $[ct, x] = ctx - xct = 0$, $ct = x$. Для евклидовой метрики в рассматриваемых условиях перехода (i - сператор вращения)

$$ds^2_+ = c^2dt^2 + dx^2 = \begin{cases} inv > 0, & 0 \leqslant v < c; \\ 0, & v = 0. \end{cases}$$

Условие равенства нулю евклидова расстояния световой частицы эквивалентно равенству нулю коммутатора антикоммутирующих переменных $\{ct, x\} = ctx + xct = 0$, $ct = x$. Это означает кососортогональность пространства и времени световых частиц в двойственном мире Минковского, т.е. склейку (отождествление) пространства и времени. В координатах ct, x мировые линии частиц представляются следующим образом: если частица движется со скоростью $v<c$, то ей соответствует область выше мировой линии света ($v = c$), а если $v > c$, то - ниже. При $v \to \infty$ мировая линия склеивается с пространственной осью. Мировые линии световых частиц в евклидовом мире, получаемом путем вращения псевдоевклидова мира, совпадают

с пространственной осью x, поэтому их проекция движения в мире Минковского представляется как движение с бесконечно большой скоростью. Поля световых кочастиц распространяются мгновенно. Физическому образу фотона, построенному Эйнштейном [8], можно построить образ кофотона $E_{\Phi g} = (2\pi)^{-1} \hbar \omega_0^2 \tau$.

ЛИТЕРАТУРА

Базаров С.М. Квантовая гравитация и сверхсуперсимметрия как основа суперквантовой механики. М., 1984. Деп. в ВИНИТИ, 7528-84.

2. Базаров С.М. Представление соотношений де Бройля некоммутирующими дифференциально-интегральными операторами и поля дебройлонов как связности гильбертова пространства. М., 1984. Деп. в ВИНИТИ, 5942-84.

3. Базаро С.М. Субстанционализация волн де Бройля и введение в суперквантовую ханику. М., 1983. Деп. в ВИНИТИ, 3988-83.

4. Березин Ф.А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменным: М., Изд-во МГУ, 1983.

Брой Лун Революция в физике. М., Мир, 1965.

6. Брой Соотношение неопределенностей Гейзенберга. М., Мир, 1986.

Камке Э. Справочник по обы новенным дифференциальным уравнениям. М., Наука, 1965.

8. Комна А.С. Теоретическая физика. М., ГИТТЛ, 1957.

Ла Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория М., ГИФМЛ, 1962.

10. Ма О. Теория твердого тела. М., Наука, 1980.

ющего к возникающему. М., Наука, 1985.

12. Э., Дж. Физика пространства - времени. М., Мир, 1969.