Горные стационарные установки и машины.
Записки Ленинградского горного института. Л., 1988. Т.117

УДК 534

ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОРМОЗНОЙ КОЛОДКИ НА ПРОЦЕСС ТОРМОЖЕНИЯ

М.М.ВЕТЮКОВ, М.Ю.ПЛАТОВСКИХ

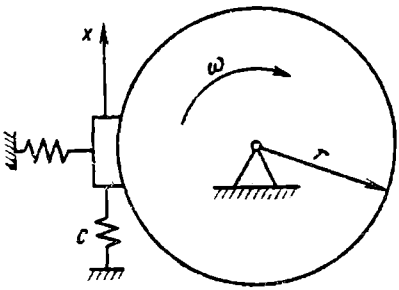


Рис.1. Схема диска с тормозной колодкой

Рассматривается задача о торможении вращательного движения диска, при котором возникают поступательные колебания тормозной колодки (рис.I). Такие колебания часто наблюдаются при работе тормозных устройств, причиной их является отклонение характеристики трения от закона сухого трения Кулона [3]. В работе показано, что эти колебания могут приводить к заметному увеличению эффективного тормозящего момента и изменению динамики торможения диска по сравнению с аналогичным процессом без колебаний тормозной колодки.

В данной статье, как и в работах [I, 2], рассматривается разрывная зависимость коэффициента сухого трения f от скорости колодки v относительно диска:

$$f=\begin{cases} f_0, & v=0; \\ f_1, & v>0, \end{cases}$$

причем $\varepsilon = f_0 / f_1 > 1$. В этом случае тормозная колодка будет совершать релаксационные автоколебания [I], состоящие из чередующихся этапов скольжения ее по ободу диска и относительного покоя, когда колодка «прилипает" к диску. Если считать, что амплитуда этих колебаний мала по сравнению с радиусом диска, то уравнения движения диска и тормозной колодки на этапе ее проскальзывания будут иметь вид

$$J\frac{d\omega}{dt}=-Nrf_1; \quad m\frac{d^2x}{dt^2}+cx=Nf_1, \qquad (1)$$

где J – момент инерции диска; m – масса тормозной колодки; N – сила прижатия колодки к диску, принимаемая постоянной; координата x отсчитывается от положения равновесия колодки, остальные обозначения ясны из рис.I; t – время, $0<t<t_*$; t_* – длительность этапа проскальзывания.

На этапе относительного покоя уравнения (1) переходят в следующие:

$$J\frac{d\omega}{dt} = -crx; \qquad x = x_* + r\int_{t_*}^{t}\omega\,dt; \quad t_* < t < T, \qquad (2)$$

где x_* – координата колодки в начале этапа; T – время окончания этапа "прилипания" колодки к диску.

Введем в рассматриваемой задаче безразмерные переменные по формулам

$$\Omega = \frac{rc\omega}{f_1 N\lambda}; \qquad \xi = \frac{cx}{f_1 N}; \qquad \tau = \lambda t,$$

где λ – собственная частота тормозной колодки, $\lambda = \sqrt{c/m}$

Тогда уравнения (I), (2) примут вид

$$\Omega' = -p; \quad \xi'' + \xi - 1 = 0; \quad 0 < \tau < \tau_*; \qquad (3)$$

$$\Omega' = -p\xi; \quad \xi = \xi(\tau_*) + \int_{\tau_*}^{\tau}\Omega\,d\tau; \quad \tau_* < \tau < \tilde{T}. \qquad (4)$$

Здесь и далее штрих означает производную по безразмерному времени τ; $\tau_* = \lambda t_*$; $\tilde{T} = \lambda T$ – безразмерное время начала и окончания этапа относительного покоя; $p = mr^2/J$, в дальнейшем считаем, что $p \ll 1$.

Если безразмерная начальная угловая скорость диска Ω_0 ($\Omega' 0$) не является малой (по сравнению с единицей), то уравнения (3), (4) дают переходный процесс, при котором переменная Ω является медленно меняющейся, а переменная ξ – быстро. Поэтому к данной задаче можно применить метод осреднения [4]. Согласно этому методу следует решать уравнения для быстрых переменных, полагая медленные постоянными, затем внести полученные решения в уравнения для медленных переменных и осреднить в них правые части по времени. Полученные уравнения для медленных переменных оказываются проще исходных, их решения позволяют получить значения медленных величин с точностью до малого параметра P. В данном случае для быстрой переменной ξ получаем задачу отыскания $\tilde{T}$ – периодического решения:

$$\xi'' + \xi - 1 = 0, \quad 0 < \tau < \tau_*;$$

$$\xi = \xi(\tau_*) + \Omega(\tau - \tau_*), \tau_* < \tau < \tilde{T}; \quad \xi(\tilde{T}) = \xi(0). \qquad (5)$$

Начальные условия для интегрирования первого уравнения определим из условий, что в момент начала проскальзывания упругая сила равна силе трения покоя $cx(0) = f_0 N$, а скорость колодки – скорости обода диска $\dot{x}(0) = r\omega$. Отсюда для безразмерной координаты ξ получим условия: $\xi(0) = \varepsilon$; $\xi'(0) = \Omega$. В момент окончания этапа проскальзывания скорость колодки должна опять сравняться со скоростью обода. Отсюда имеем условие для определения момента τ_*: $\xi'(\tau_*) = \Omega$. Решение сформулированной задачи для координаты ξ известно [2] и имеет вид

$$\xi = \begin{cases} (\varepsilon - 1)\cos\tau + \Omega\sin\tau + 1, & 0 < \tau < \tau_*, \\ \xi_* + \Omega(\tau - \tau_*), & \tau_* < \tau < \tilde{T}, \end{cases} \qquad (6)$$

где

$$\tau_* = 2\left(\pi - arctg\frac{\varepsilon-1}{\Omega}\right); \quad \xi_* = 2-\varepsilon; \quad \tilde{T} = \tau_* + \frac{2(\varepsilon-1)}{\Omega}.$$

Внеся эти выражения в правые части уравнений (3), (4) для Ω и осреднив их по τ на периоде $\tilde{T}$, получим для Ω уравнение, не содержащее переменной ξ

$$\Omega' = -p_c; \quad p_c = \frac{p}{\tilde{T}}\left[\tau_* + \int_{\tau_*}^{\tilde{T}} (\xi_* + \Omega\tau)\, d\tau\right]. \qquad (7)$$

Величина p_c представляет безразмерный средний тормозящий момент при релаксационных колебаниях тормозной колодки. Вычислив интеграл в уравнении (7), получим следующее выражение:

$$p_c = p\,\frac{\tau_*(2\varepsilon-1) + \frac{2(\varepsilon-1)}{\Omega}}{\tau_* + \frac{2(\varepsilon-1)}{\Omega}} \qquad (8)$$

В размерных величинах средний тормозящий момент

$$M_c = \frac{p_c}{p} N r f_1 \qquad (9)$$

Величина p_c / p дает отношение этого момента к моменту силы трения скольжения при отсутствии колебаний колодки. Из выражения (8) видно, что отношение $p_c / p > 1$, поэтому торможение при наличии релаксационных колебаний оказывается более эффективным. На рис.2 построены зависимости величины p_c / p от безразмерной угловой скорости Ω, из которых видно, что эффективность торможения при колебаниях колодки возрастает с увеличением угловой скорости и параметра ε.

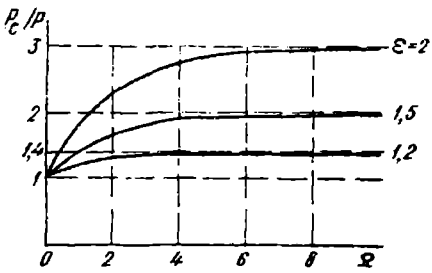


Рис.2. Относительный тормозящий момент в функции от безразмерной угловой скорости для разных значений ε

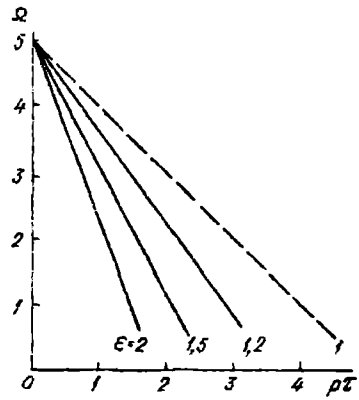


Рис.3. Зависимость безразмерной угловой скорости от аргумента $p\tau$ при $\Omega = 5$

Проинтегрируем уравнение (7) для Ω предполагая, что в равенстве (8) $2(\varepsilon-1)/\Omega \ll 1$. Тогда с точностью до слагаемых выше первой степени относительно этой величины будем иметь

$$\int_{\Omega_0}^{\Omega} \frac{d\Omega}{2\varepsilon-1-\frac{2}{\pi}\frac{(\varepsilon-1)^2}{\Omega}} = -p\tau , \qquad (10)$$

где Ω_0 - безразмерная начальная скорость.

Из уравнения (10) после вычисления квадратуры найдем

$$p\tau = \frac{1}{2\varepsilon-1}\left[\Omega_0-\Omega-\frac{2(\varepsilon-1)^2}{\pi(2\varepsilon-1)}\ln\frac{\pi(2\varepsilon-1)\Omega-2(\varepsilon-1)^2}{\pi(2\varepsilon-1)\Omega_0-2(\varepsilon-1)^2}\right] \qquad (11)$$

Графики зависимости скорости Ω от аргумента $p\tau$ при $\Omega_0 = 5$ приведены на рис.3. Они оказываются близки к линейным, причем время процесса торможения при $\varepsilon > 1{,}5$ существенно меньше, чем в случае отсутствия автоколебаний ($\varepsilon = 1$).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М. Физматгиз, 1959.

2. Белокобыльский С.В., Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф. О фрикционных автоколебаниях бурильной колонны. // Машиноведение. М. Наука, 1982, № 2.

3. Вибрации в технике: Справочник / Под ред. И.И.Блехмана. М. Машиностроение, 1979.

4. Волосов В.М., Моргунов Б.И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. М. : Изд-во МГУ, 1971.