Горные стационарные установки и машины.
Записки Ленинградского горного института. Л., 1988. Т.117

УДК 622.647.2

ФОРМУЛА ЭЙЛЕРА ПРИ СЛУЧАЙНОМ ХАРАКТЕРЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ И НАГРУЗКИ ПРИ РАСЧЕТАХ ЛЕНТОЧНЫХ КОНВЕЙЕРОВ

И.И.МАРГОЛИН

При работе ленточных конвейеров, установленных в шахтах, рудниках, на обогатительных фабриках, часто наблюдается пробуксовка ленты по приводным барабанам даже в тех случаях, когда ленточный конвейер смонтирован в строгом соответствии с действующими правилами и его рабочие параметры (нагрузка, натяжение ленты и др.) соответствуют расчетным. Иногда пробуксовка приводит к серьезным авариям (поперечному порыву ленты, пожарам) и всегда к интенсивному износу обкладок, что уменьшает срок службы ленты.

Расчет ленточных конвейеров выполняется на основе формулы Эйлера, все величины которой строго детерминированы. Для учета влияния случайного характера величин коэффициента трения и нагрузки в расчетные формулы вводятся коэффициенты запаса сил трения и неравномерности грузопотока. В настоящей работе сделана попытка объяснить наблюдаемые на практике явления на основе формулы Эйлера, но исходя из представления функций указанных выше величин как случайных.

При исследовании грузопотоков угольных шахт, калийных рудников установлено [2, 3], что грузопоток Q есть нормально распределенная случайная величина с параметрами – математическое ожидание (среднее значение) грузопотока $Q_{ср}$; дисперсия грузопотока

$$\sigma_Q^2 = (k-1)^2 Q_{ср}^2 , \qquad (I)$$

где k – коэффициент неравномерности грузопотока.

Коэффициент трения ленты о барабаны при строго фиксированных условиях есть величина детерминированная. В действительности приводы конвейеров работают при резко изменяющихся условиях. Изменяются температура окружающей среды, влажность, запыленность атмосферы, степень загрязненности контакта ленты с барабанами, гранулометрический и минералогический состав загрязняющих веществ, давление ленты на барабаны, скорость упругого скольжения и другие факторы. Все эти многочисленные и не поддающиеся учету факторы приводят к отклонению коэффициента трения от его среднего значения. Влияния всех факторов взаимонезависимы и примерно одного порядка. Это дает основание принять в соответствии с центральной предельной теоремой, что коэффициент трения ленты о барабаны есть случайная нормально распределенная величина со средним значением $f_{ср}$ и дисперсией σ_f^2.

Пробуксовка ленточного конвейера произойдет при некотором сочетании случайных величин коэффициента трения и количества груза на конвейере. Оценим вероятность работы конвейера без пробуксовки. Пробуксовки не будет при выполнении условия

$$S_{\text{В}} - S_{\Phi} \geqslant 0$$

или в силу монотонности логарифмической функции

$$\ln S_{\text{Б}} \quad \ln S_{\Phi} \geqslant 0, \tag{3}$$

где $S_{\text{В}}$ - максимально возможное по условиям сцепления ленты с барабанами натяжение в точке набегания на приводные барабаны; S_{Φ} - фактическое натяжение ленты в точке набегания на приводные барабаны, создаваемое нагрузкой на конвейере; величины $S_{\text{В}}$ и S_{Φ} являются соответственно функциями случайных величин коэффициента трения и нагрузки, и поэтому сами являются случайными величинами.

Так как $S_{\text{В}}$ - монотонная функция коэффициента трения, то на основании работы [4]

$$p(S_{\text{В}})\, dS_{\text{В}} = p(f)\, df\,, \tag{4}$$

где $p(S_{\text{В}})$, $p(f)$ - плотности вероятности случайных величин $S_{\text{Б}}$ и f.

Исходя из формулы Эйлера $S_{\text{НБ}} / S_{\text{СБ}} = \exp(f\alpha)$ и учитывая работу [1] получаем

$$p(S_{\text{В}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_f\,\alpha\,S_{\text{В}}}\ \exp\left\{-\frac{\left[\ln S_{\text{В}} - \ln\left(S_{min}\, e^{f_{\text{ср}}\alpha}\right)\right]^2}{2\,\sigma_f^2\,\alpha^2}\right\}.$$

Формула (5) справедлива при $S_{min} = S_{\text{СБ}} = const$, т.е. для конвейеров с грузовым или с автоматическим натяжным устройством, поддерживающим заданное натяжение в точке сбегания. Из формулы (5) следует: максимально возможное натяжение ленты по условиям сцепления есть случайная величина, распределенная логарифмически нормально; медианное значение максимально возможного натяжения

$$S_{\text{М}} = S_{min}\ e^{f_{\text{ср}}\alpha}$$

медианное значение всегда меньше среднего значения, равного

$$M\left\{S_{\text{В}}\right\} = S_{\text{М}}\ \exp\left(\frac{\alpha^2\,\sigma_f^2}{2}\right);$$

дисперсия логарифма максимально возможного натяжения

$$D\left\{\ln S_{\text{В}}\right\} = \sigma_f^2\,\alpha^2,$$

т.е. возрастает пропорционально квадрату угла обхвата; дисперсия максимально возможного натяжения

$$D\left\{S_{\text{В}}\right\} = \left(S_{\text{М}}\exp\frac{\alpha^2\,\sigma_f^2}{2}\right)^2\ \left[\exp\left(\alpha^2\,\sigma_f^2\right) -\right.$$

что случайное изменение коэффициента трения более значительно отражается на величине $S_Б$ (и на возможном тяговом усилии) при увеличении угла охвата. Этим, в некоторой степени, может быть объяснен хорошо известный из практики факт более частой пробуксовки при прочих равных условиях (при одинаковом значении $S_{x.r}$) двухбарабанных приводов по сравнению с однобарабанными.

Фактическое натяжение ленты в точке набегания на приводные барабаны есть линейная функция грузопотока, т.е.

$$S_Ф = a + b\,Q, \tag{6}$$

где

$$a = S_{min} + k_Б\,W_{XX};$$

$$b = k_Б\,g\left(w' \cos\beta \pm \sin\beta\right)\frac{L}{3{,}6\,v},$$

$k_Б$ – коэффициент, учитывающий сопротивления движению на отклоняющих барабанах; W_{XX} – сопротивление движению при работе конвейера вхолостую; g – ускорение свободного падения; β – угол наклона конвейера; v – скорость движения ленты; w' – коэффициент сопротивления движению (величина в принципе случайная, однако, учитывая, что ее коэффициент вариации мал по сравнению с коэффициентом вариации грузопотока, в данной работе w' считается детерминированной величиной).

Так как зависимость $S_Ф$ от грузопотока есть линейная функция, то при нормально распределенном грузопотоке величина максимального фактического натяжения ленты будет также распределена нормально с параметрами:

математическое ожидание

$$M\left\{S_Ф\right\} = a + b\,Q_{ср} = S_{нб.ср},$$

дисперсия

$$D\left\{S_Ф\right\} = b^2\,\sigma_Q^2 = b^2\left(k-1\right)^2 Q_{ср}^2,$$

$S_{нб.ср}$ – среднее фактическое натяжение ленты в точке набегания.

Для оценки вероятности отсутствия пробуксовки необходимо вычислить вероятность выполнения условий (I) или (2), т.е. найти

$$P\left(S_Б - S_Ф > 0\right) = P\left(X > 0\right) \tag{7}$$

$$P\left(\ln S_Б - \ln S_Ф > 0\right) = P\left(Y > 0\right). \tag{8}$$

Вероятность

$$P\left(X > 0\right) = \int_0^{\infty} p\left(X\right) dX \tag{9}$$

$p(X)$ – плотность вероятности случайной величины $X = S_Б - S_Ф$.

$$p(X)=p(S_в)*p(S_ф)=\int_X^{\infty} p(S_в)p(S_в-X)dS_в . \qquad (10)$$

Формулы (9) и (10) могут быть использованы при любых значениях коэффициентов вариации величин $S_в$ и $S_ф$, необходимые расчеты могут быть выполнены только на ЭВМ (соответствующая программа разработана в Ленинградском горном институте).

В тех случаях, когда коэффициент вариации максимально возможного натяжения

$$v_в=\sqrt{e^{\alpha^2\sigma_f^2}-1}\approx\alpha\sigma_f<0{,}3 ,$$

без существенного уменьшения точности расчетов логарифмически нормальное распределение может быть заменено нормальным [1].

Композиция нормальных законов распределения будет также нормальным законом с параметрами

$$M\{X\}=M\{S_в\}-M\{S_ф\}=m_X ;$$
$$D\{X\}=D\{S_в\}+D\{S_ф\}=\sigma_X^2 .$$

Вероятность отсутствия пробуксовки

$$P(X>0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_X}\int_0^{\infty}\exp\left[-\frac{(X-m_X)^2}{2\sigma_X^2}\right]dX=0{,}5+\Phi\left(\frac{m_X}{\sigma_X}\right),$$

где $\Phi\left(\frac{m_X}{\sigma_X}\right)$ - интеграл вероятностей.

Заданной вероятности отсутствия пробуксовки соответствует квантиль некоторого уровня, который может быть найден по таблицам интеграла вероятностей,

$$\gamma=\frac{m_X}{\sigma_X}=\frac{S_{min}T-(a+bQ_{ср})}{\sqrt{S_{min}^2T^2v_в^2+b^2(k-1)^2Q_{ср}^2}} , \qquad (11)$$

где

$$T=\exp\left(\alpha f_{ср}+\frac{\alpha^2\sigma_f^2}{2}\right)$$

Учитывая, что среднее натяжение в точке набегания на приводные барабаны $S_{нб.ср}=M\{S_ф\}$, из уравнения (11) получим

$$\frac{S_{нб.ср}}{S_{сб}}=e^{\alpha f_{ср}}\,e^{\frac{\alpha^2\sigma_f^2}{2}}\,\frac{1-\gamma^2v_в^2}{1+\gamma\sqrt{v_ф^2+v_в^2-\gamma^2v_в^2v_ф^2}} \qquad (12)$$

В тех случаях, когда мал коэффициент вариации $S_ф$, т.е.

$$v_ф=\frac{b(k-1)Q_{ср}}{a+bQ_{ср}}\leqslant 0{,}3 ,$$

возможна замена нормального распределения логарифмически нормальным с параметрами:

$$D\{\ln S_\Phi\} \qquad \ln(1+v_\Phi^2);$$

$$M\{\ln S_\Phi\} \qquad \ln M\{S_\Phi\} + D\{\ln S_\Phi\}/2.$$

Вероятность отсутствия пробуксовки при такой замене

$$P(Y>0) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{M\{Y\}}{\sqrt{D\{Y\}}}\right)$$

Выполнив расчеты, аналогичные предыдущим, получим

$$\frac{S_{\text{нб.ср}}}{S_{\text{сб}}} = e^{f_{\text{ср}}\alpha}\exp\left(-\gamma\sqrt{\alpha^2\sigma_f^2 + \ln(1+v_{\Phi p}^2)} - \ln\sqrt{1+v_{\Phi p}^2}\right)$$

или с достаточной точностью при $v_\Phi < 0{,}3$

$$\frac{S_{\text{нб.ср}}}{S_{\text{сб}}} = e^{f_{\text{ср}}\alpha}\exp\left(-\gamma\sqrt{\alpha^2\sigma_f^2 + v_{\Phi p}^2} \mp v_\Phi\right). \qquad (13)$$

Из приближенных формул (12) и (13) следует: при стохастическом характере нагрузки и коэффициента трения в формулу Эйлера необходимо ввести поправочный коэффициент, отражающий влияние случайных факторов; никакое натяжение ленты в точке сбегания ленты с приводных барабанов не может обеспечить работу конвейера без пробуксовки, всегда максимальная вероятность работы конвейера без пробуксовки меньше единицы, этой вероятности соответствует квантиль, определяемый из формулы (12)

$$\gamma = \frac{\sqrt{v_B^2 + v_\Phi^2}}{v_B\, v_\Phi}$$

или из формулы (13)

$$\gamma = \frac{f_{\text{ср}}\,\alpha - v_\Phi}{\sqrt{\alpha^2\,\sigma_f^2 + v_{\Phi p}^2}}$$

вероятность нормальной работы и соответствующий ей квантиль возрастают с уменьшением коэффициентов вариации рассматриваемых случайных величин.

Представляется необходимым при расчете ленточных конвейеров, а также подъемных установок со шкивами трения и других передач трением учитывать стохастический характер коэффициента трения и грузопотока, для чего могут быть использованы формулы (12), (13) или (9) при расчетах на ЭВМ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Абергауз Г.Г., Тронь А.П., Коненкин Ю.Ю., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчетам. М. Воениздат, 1970.

2. Алотин Л.М., Степанов П.Б. Моделирование и расчет транспортных систем горных предприятий. Алма-Ата Наука, 1979.

3. Кузнецов Б.И., Рентгевич А.А., Шорин В.Г. и др. Транспорт на горных предприятиях. М. Недра, 1976.

4. Румшиский Л.З. Элементы теории вероятностей. М. : Наука, 1976.