Записки Ленинградского горного института им. Г.В.Плеханова
Т. 123. Л., 1990

УДК 622.28-10:622.28

Т.МАЙХЕРЧИК, А.ТАЙДУСЬ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК НА БОЛЬШИХ ГЛУБИНАХ

Анализ большого количества шахтных измерений [2-4; 8-9] и лабораторных исследований [5, 8] показывает, что в зависимости от напряженного состояния и реологических свойств в окрестности горной выработки могут возникнуть три характерные зоны: I) зона мгновенного разрушения I (рис.I) возникает сразу же после оформления выработки (теоретическое время формирования зоны $t = 0$ на том участке, где действующие напряжения превышают предел прочности материала; 2) зона разрушения в зависимости от времени II возникает в результате снижения прочностных свойств горных пород по истечении некоторого времени; образуется на участках, где действующие напряжения в породах меньше, чем мгновенная прочность материала; 3) зона вязкоупругого деформирования III формируется вне областей разрушения и разделяется на две части - IIIа подвергается разрушению по истечении теоретически бесконечно большого времени и IIIб, которая не разрушается.

Доказательство различия реологических свойств горных пород в зонах IIIа и IIIб следует из анализа характеристик ползучести горных пород, получаемых испытаниями в условиях одноосного постоянного напряжения σ_0.

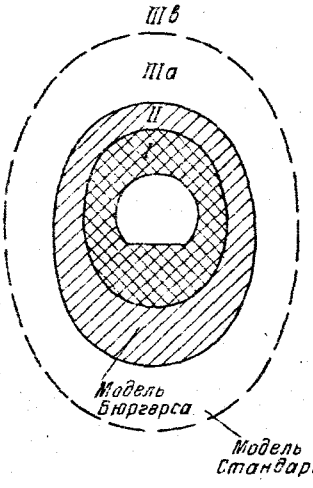


Рис.1. Характерные зоны разрушения и деформирования пород вокруг горизонтальной выработки

В результате лабораторных исследований было обнаружено, что для напряжений R_c^d (длительная прочность горной породы) ползучесть горной породы имеет затухающий ограниченный характер, в то время как для напряжений в интервале $R_c^d < \sigma_0 < R_c$ текучесть горной породы не ограничена, и по истечении некоторого времени происходит разрушение образца.

Для описания поведения горных пород, обладающих реологическими свойствами, используются механические модели Кельвина, Максвелла, Стандард, Бюргерса и т.п. Эти модели позволяют учесть все наиболее существенные реологические явления, возникающие в горных породах. Применение более сложных реологических моделей практически не оправдано из-за приблизительности определения

реологических характеристик реальных материалов. Поведение горных пород, характеризующееся ограниченной, затухающей ползучестью при ненаступлении разрушения можно описать моделью Стандард (Пайнтинга - Томсона или Зенера). Для условий неограниченной ползучести, когда в вязкоупругой зоне горные породы разрушаются по истечении некоторого времени, используется модель Бюргерса. В результате прогрессирующего во времени разрушения эта зона будет уменьшаться вплоть до полного исчезновения [I, 7, I0].

Зависимость „напряжение - деформация" в матричной форме для модели Гука записывается в виде

$$\{\varepsilon_н\} = \frac{1}{2G_н(1+\nu)}[A]\{\sigma\}, \qquad (I)$$

где для плоского состояния деформации

$$[A] = \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ 0 & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$

$G_н$ - модуль Кирхгоффа или модуль сдвига; $\{\sigma\}$ - вектор напряжений; $\{\varepsilon_н\}$ - вектор упругой деформации; ν - коэффициент Пуассона.

Физическое уравнение для модели Кельвина можно записать в следующем виде:

$$\{\varepsilon_к\} + \frac{\eta_к}{G_к}\{\dot{\varepsilon}_к\} = \frac{1}{2G_к(1+\nu)}[A]\{\sigma\}, \qquad (2)$$

где $\{\varepsilon_к\}$ - вектор деформации в модели Кельвина,

$$\{\dot{\varepsilon}_к\} = \frac{d}{dt}\{\varepsilon_к\};$$

$\eta_к$ - модуль вязкости в модели Кельвина.

После проведения интегрирования деформации ползучести в момент $\Delta t + t$ имеют вид:

$$\{\varepsilon_к\}_{t+\Delta t} = \{\varepsilon_к\} e^{-\frac{G_к}{\eta_к}\Delta t} + \frac{[A]\{\sigma\}}{2G_к(1+\nu)}\left(1 - e^{-\frac{G_к}{\eta_к}\Delta t}\right), \qquad (3)$$

где $\{\varepsilon_к\}_{t+\Delta t}$, $\{\varepsilon_к\}_t$ - векторы деформации ползучести соответственно в моментах времени $t + \Delta t$ и t.

Если разница между напряжениями в начале и в конце данного интервала времени будет превышать допускаемое значение $\{\alpha\}$, то для вычисления правильного значения деформации ползучести следует провести итерацию внутри интервала Δt по формуле

$$\{\varepsilon_к\}^{i+1}_{t+\Delta t} = \{\varepsilon_к\}^{i}_{t+\Delta t} + \beta\frac{[A]\{\Delta\sigma\}}{2G_к(1+\nu)}\left(1 - e^{-\frac{G_к}{\eta_к}\Delta t}\right), \qquad (4)$$

где $\{\varepsilon_к\}^{i+1}_{t+\Delta t}$, $\{\varepsilon_к\}^{i}_{t+\Delta t}$ – векторы деформации ползучести в конце рассматриваемого интервала времени соответственно для i-й и $(i+1)$-й итерации; β – коэффициент, подбираемый экспериментально.

Модель Максвелла образуется из последовательного соединения модели Ньютона с моделью Гука. В модели Максвелла деформация будет суммой:

$$\{\varepsilon_м\} = \{\varepsilon_н\} + \{\varepsilon_N\}. \qquad (5)$$

Упругая деформация $\{\varepsilon_н\}$ вычисляется по формуле (I), тогда как для модели Ньютона следует отыскивать из физического уравнения

$$\{\dot{\varepsilon}_N\} = \frac{1}{2\eta_N(1+\nu)}[A]\{\sigma\}. \qquad (6)$$

После интегрирования уравнения (6) в пределах от t до $t+\Delta t$ получаем:

$$\{\varepsilon_N\}_{t+\Delta t} = \{\varepsilon_N\}_t + \frac{1}{2\eta_N(1+\nu)}[A]\Delta t. \qquad (7)$$

Из формулы (7) при известных напряжении и длине интервала можно вычислить деформацию ползучести $\{\varepsilon_N\}$.

Модель Стандард (Зенера) образуется из последовательного соединения модели Гука с моделью Кельвина. Следовательно, деформация в модели Стандард

$$\{\varepsilon_c\} = \{\varepsilon_н\} + \{\varepsilon_к\}. \qquad (8)$$

В уравнении (8) упругая деформация $\{\varepsilon_н\}$ вычисляется по формуле (I).

Модель Бюргерса образуется из последовательного соединения модели Максвелла и модели Кельвина. Деформация в модели Бюргерса является суммой деформаций:

$$\{\varepsilon_в\} = \{\varepsilon_н\} + \{\varepsilon_N\} + \{\varepsilon_к\}. \qquad (9)$$

В уравнении (9) величина $\{\varepsilon_н\}$ вычисляется по формуле (I), $\{\varepsilon_N\}$ – по формуле (7), $\{\varepsilon_к\}$ – по формуле (3).

Нами разработана программа на базе метода конечных элементов, позволяющая вычислять состояния напряжения и сдвига в массиве горных пород, поведение которого можно описать с помощью одной из перечисленных моделей [6].

Для выбора реологической модели массива горных пород, вмещающего горизонтальную горную выработку, в одной из польских угольных шахт авторы использовали результаты шахтных измерений. Производились измерения конвергенции боков выработок, опусканий кровли и пучения почвы. Некоторые из полученных результатов конвергенции боков выработок приведены на рис.2 (сплошная линия), а на рис.3 показано пучение почвы. Опускания кровли горизонтальной выработки были очень невелики и спустя год не превышали 6 см. По результатам шахтных измерений была разработана математическая модель для

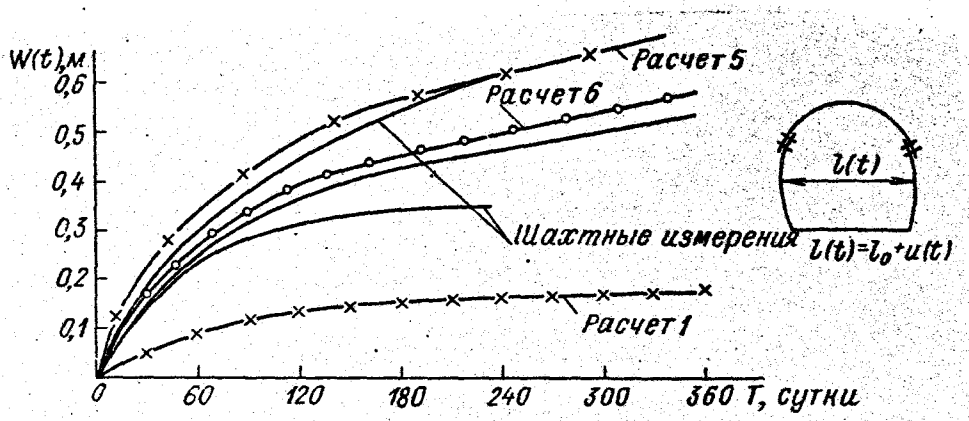


Рис.2. Сопоставление расчетных и замеренных в шахтных условиях величин деформации боковых стенок выработок

горизонтальной выработки. Модель представляет собой плоско деформирующуюся пластину с отверстием арочной формы. Пластина состоит из двух слоев: более прочного для кровли и менее прочного для боков и почвы выработки. Реологическое поведение слоев описывает модель Бюргерса.

Было проведено шесть циклов расчетов математической модели с различными реологическими параметрами модели Бюргерса для поиска результатов, максимально близких к значениям смещений контура выработки по данным шахтных измерений. Принятые реологические свойства для I-го, 5-го, 6-го примеров приведены в таблице.

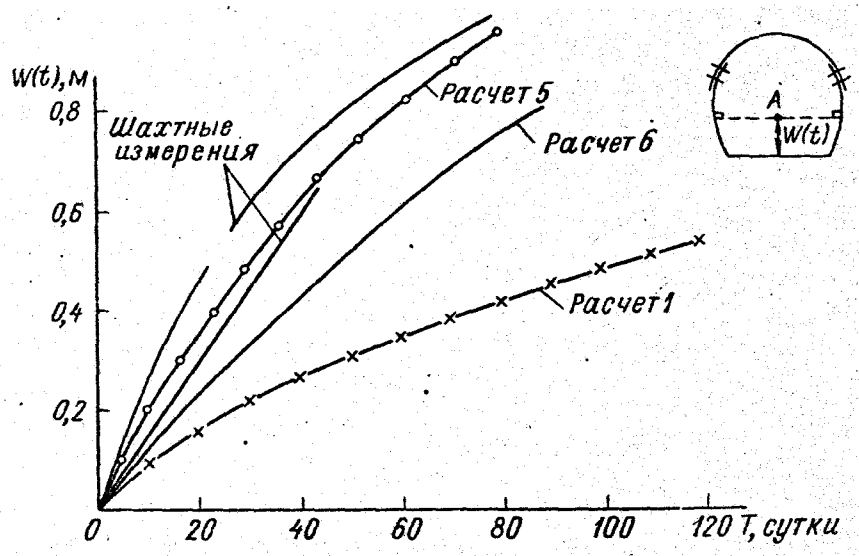


Рис.3. Сопоставление расчетных и замеренных в шахтных условиях величин деформаций почвы выработки

Реологические свойства пород, принятые к расчету

Номер примера	Реологические параметры массива горных пород							
	$E_н$, МПа	$E_к$, Мпа	$\lambda_к$, МПа·сут	λ_N, МПа·сут	$E_н'$, МПа	$E_к'$, МПа	$\lambda_к'$, МПа·сут	λ_N', МПа·сут
1	4870	2600	$4{,}48\cdot10^6$	$2{,}3\cdot10^7$	744	187	$3{,}7\cdot10^5$	$3{,}2\cdot10^6$
5	4870	1600	$8{,}2\cdot10^6$	$2{,}3\cdot10^7$	744	115	$1{,}0\cdot10^5$	$1{,}3\cdot10^6$
6	4870	2800	$4{,}8\cdot10^6$	$2{,}3\cdot10^7$	744	140	$1{,}4\cdot10^5$	$1{,}5\cdot10^6$

Результаты расчета деформаций для примеров I, 5, 6 приведены на рис.2, 3. На рис.4. показаны деформации контура выработки для примера 6. На рис.4 показано сравнение между сдвигами почвы, полученными расчетами (пример 6) и деформациями почвы в натурных условиях. При принятии данных примера 6 имеется значительное совпадение расчетных деформаций контура выработки с реальными. Только для почвы полученные значения деформаций ниже, чем измеренные в шахте, что вызвано возникновением в почве зоны разрушения.

Состояние массива горных пород как упругохрупкого материала можно описать на основании результатов исследований Беневского, свидетельствующих о том, что порода, находящаяся в зоне разрушения, обладает определенной упругостью, и возможно использование понятия модуля упругости разрушенной породы. Модуль упругости разрушенной породы уменьшается по мере снижения прочности породы. По результатам лабораторных исследований предлагается следующая модель поведения породы: а) до начала разрушения порода в пределах рассматриваемого слоя считается изотропной, однородной и упругой; б) при помощи модифицированной гипотезы Кулона – Мора определяется зона разрушения, причем одна ее часть – это зона разрушения, вызванная предельными сжимающими напряжениями, а другая – зона разрушения, вызванного предельными растягивающими напряжениями.

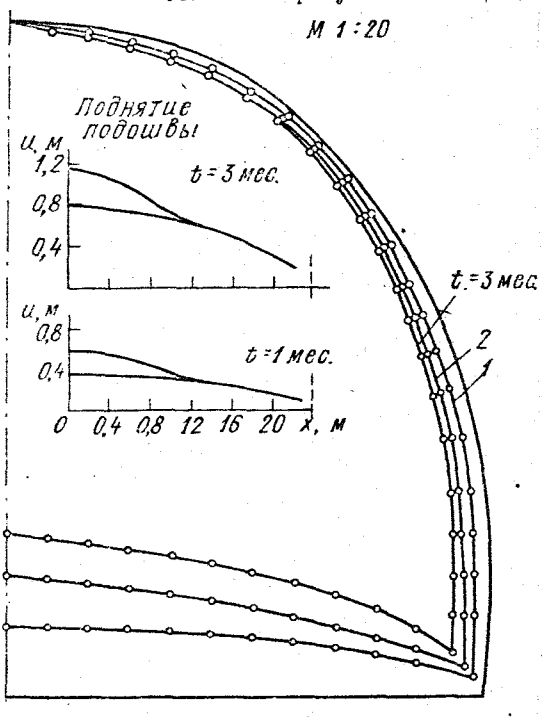


Рис.4. Сопоставление расчетных и замеренных величин конвергенции полного контура выработки для примера 6

После начала разрушения начальная граничная поверхность уменьшается вплоть до поверхности, определен-

ной гипотезой Кулона – Мора с остаточной связностью. Горная порода постепенно теряет прочность R_c вплоть до минимального значения R_c^r. Уменьшается соответственно модуль упругости разрушенной породы, и увеличивается коэффициент Пуассона ν. Поверхность между двумя экстремальными огибающими, начальной и остаточной, делится на n уровней в предположении, что на каждом уровне интенсивность разрушения породы и ее механические свойства одинаковы. Предполагая, что после разрушения одноосную характеристику напряжение-деформация описывает зависимость

$$R_{ci} = a(\varepsilon_p)^d + R_c^r . \qquad (10)$$

Установим формулу для модуля упругости разрушенной породы:

$$E_i = E\frac{R_{ci}}{R_c}\left(\frac{R_{ci}-R_c^r}{R_c-R_c^r}\right)^{-\frac{1}{d}} . \qquad (11)$$

Коэффициент Пуассона разрушенной породы ν_i вычисляется из зависимости

$$E/(1-2\nu) = E_i/(1-2\nu_i) .$$

В расчете дополнительные напряжения, вызывающие превышение огибающей в данном элементе, соответственно трансформируются на соседние элементы так, чтобы ни в одном из элементов не произошло превышения огибающей разрушения [1, 7]. Затем для разрушенных элементов предполагается огибающая, соответствующая новой степени разрушения, и также соответственно изменяются механические свойства согласно выражениям (11), (12).

После разрушения, вызванного растяжением R_r, горная порода совершенно теряет связность в направлении действия этих напряжений, а модуль упругости $E = 0$.

Для демонстрации возможностей программы расчета определены параметры зоны разрушения в окрестности штрековой выработки. Приняты следующие исходные данные: начальные напряжения P_Y = 25 МПа; P_X = 6,25 МПа; свойства массива горных пород до разрушения $E = 7\cdot10^3$ МПа; $\nu = 0{,}2$; R_c = = 39 Па; R_r = 2,8 МПа; $\rho = 25^0$ (угол внутреннего трения); характеристику после разрушения описывает зависимость $\sigma = 0{,}196\cdot\varepsilon^{-1} + 3{,}9$.

Для вязкоупругой и упругохрупкой моделей массивов горных пород была составлена программа, позволяющая вычислять состояния напряжений и деформаций в массиве горных пород, поведение которого можно описать с помощью упруговязкохрупкой модели. Существенным преимуществом этой программы является возможность определения величины зоны разрушения как зависимой, так и не зависимой от времени.

Основные принципы этого метода заключаются в следующем:

на первом этапе вводятся необходимые численные данные (узлы, элементы, реологические параметры и т.п.);

на втором этапе вычисляются параметры напряженно-деформированного состояния упругого массива горных пород;

на базе упругохрупкой модели определяются параметры зоны разрушения вне зависимости от времени и напряженно-деформированное состояние в момент $t = 0$;

для определенного напряженного состояния вычисляется вероятная зона разрушения до истечения времени $t \to \infty$, для модифицированной гипотезы Кулона - Мора предполагая длительные прочностные свойства R_c^d, R_r^d;

элементам, находящимся в пределах вероятной зоны разрушения по истечении времени $t \to \infty$ придаются свойства модели Бюргерса;

элементам, находящимся вне пределов вероятной зоны разрушения, придаются свойства модели Стандард;.

последующие вычисления производятся для меньших интервалов времени Δt с использованием программы для моделей Бюргерса и Стандард;

по истечении периода времени $T_i = \Delta t_1 + \ldots + \Delta t_i$ на основании вычисленного напряженного состояния определяется величина зоны разрушения для прочностных свойств

$$R_c(T_i) = R_c^d f(t);$$

$$R_r(T_i) = R_r^d f(t);$$

где $f(t) = 1 + (m-1)e^{-bt}$.

в полученной зоне разрушения изменяются упругие свойства как в упругохрупкой модели;

вычисления производятся для последующих интервалов времени Δt, и вновь по истечении очередного периода времени определяется прирост зоны разрушения, зависимой от времени;

вычисления заканчиваются для времени $t_0 = \sum_{i=1}^{n} T_i$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Баляшик Я., Тайдусь А. Цифровое описание процесса разрушения горных пород // Компьютерные методы в механике конструкций: УШ конференция, ч.1У. Гдыня, 1985.

2. Глушко В.И., Чередниченко В.П., Усатенко Б.С. Реология горного массива. Киев: Наукова думка, 1981.

3. Глушко В.И., Ваганов И.И., Усатенко Б.С. Исследование сдвижений массива пород в окрестности горных выработок // Механика и разрушение горных пород. Киев: Наукова думка. 1985.

4. Кидыбиньский А. Основы шахтной геотехники. Катовицы: Шлёнск, 1982.

5. Клечек З. Экспериментальный критерий выбора реологической модели для горных пород // Некоторые вопросы по механике массива горных пород: Труды Комиссии по техническим наукам; Польская АН. Горное дело, 1968. № 5.

6. Тайдусь А. Применение метода конечных элементов для решения реологических задач по механике массива горных пород // Труды Краковской горно-металлургической академии. Т. 139 / Горное дело, 1988.

7. Тайдусь А. Применение упруговязкохрупкой модели массива горных пород для определения зон разрушения в окрестностях штрековых выработок // Труды Краковской горно-металлургической академии. Т. 142 / Горное дело, 1989.

8. Фильцек Г. Состояние напряжения и деформации вокруг штрековой выработки в функции времени : Кандидатская диссертация. Краков, 1960.

9. Черняк И.Л., Бурчаков Ю.И. Управление горным давлением в подготовительных выработках глубоких шахт. М.: Недра, 1984.

10. Wang J.K., Jehnhoff T.F. / Int. J. Rock Mech. Sci. and Geomech. Abstr., vol.13, 1976.