Записки Ленинградского горного института им. Г.В.Плеханова
Т. 123. Л., 1990

УДК 622.831

В.П.ТЕРЕЩЕНКО

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА В.З.ВЛАСОВА В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ К ЗАДАЧАМ ГОРНОЙ ГЕОМЕХАНИКИ

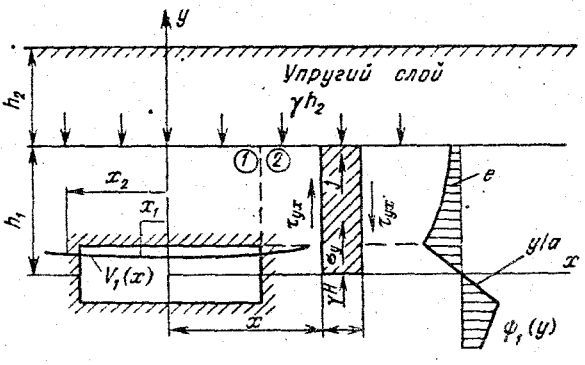


Рис.1. Расчетная схема задачи

Очевидно, будет уместным в начале работы процитировать самого В.З.Власова: „В отношении уточнения расчетов можно полагать, что учет упругопластической работы грунта основания позволит в дальнейшем приблизиться к действительной работе конструкций"[x]. Упругопластические задачи о напряженно-деформированном состоянии возмущенного массива представляют весьма обширный раздел современной горной геомеханики. Тенденция разработки полезных ископаемых на больших глубинах предопределяет актуальность теоретических исследований в этом направлении.

Для получения наглядного решения по методу В.З.Власова в упругопластическом приближении рассмотрим упрощенную задачу, в которой исследуется деформирование контура выработки прямоугольного сечения при $b/a \geq 3$ (рис.1). Положим, что перемещения в упругопластическом слое могут быть представлены в виде

$$u(x,y)=0;$$
$$v(x,y)=V_1(x)\psi_1(y), \qquad (1)$$

где $V_1(x)$ – обобщенное перемещение; $\psi_1(y)$ – координатная функция.

Составим выражение для работы всех внешних и внутренних сил выделенной в плоскости сечения горного массива полоски на возможном перемещении, заменив упругий слой пригрузкой:

[x] Власов В.З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. М.: Техиздат, 1960. С.5.

$$\int \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \Psi_1 dy - \int \sigma_y \Psi_1' dy + \gamma h_2 \Psi_1(h_1) + \gamma \int \Psi_1 dy = 0. \qquad (2)$$

Интегрирование выполняется в пределах: для первой зоны ($a - h_1$); для второй ($0 - h_1$). Выразим напряжения в уравнении (2) через перемещения, воспользовавшись гипотезами теории малых упругопластических деформаций в форме, предложенной А.А.Ильюшиным:

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} V_1 \Psi_1' - \frac{2}{3} \omega G 2 V_1 \Psi_1'$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = G V_1'' \Psi_1 - G \omega V_1'' \Psi_1 - G \frac{\partial \omega}{\partial x} V_1' \Psi_1 . \qquad (3)$$

Применим условия линейной аппроксимации зависимости $\sigma_i = \Phi(e_i)$. Тогда функцию $\omega(x,y)$ можем представить в виде

$$\omega = \left(1 - \frac{e_s}{e_i}\right)\left(1 - \frac{1}{3G} \frac{d\sigma_i}{de_i}\right) = \left(1 - \frac{c_1}{e_i}\right) c_2 , \qquad (4)$$

где

$$e_i(x,y) = \frac{2}{3}\left[\left(V_1 \Psi_1'\right)^2 + \frac{3}{4} \left(V_1' \Psi_1\right)^2 \right]^{0,5} . \qquad (5)$$

Подставив значения напряжений (3) в уравнение (2), получим два нелинейных дифференциальных уравнения относительно $V_1(x_1)$ и $V_1(x_2)$, условно объединенных нами уравнением относительно $V_1(x)$. Имеем:

$$\frac{1-\nu}{2} r_{11} V_1'' - S_{11} V_1 + \frac{1-\nu^2}{E} q_1 = R_y(x,y); \qquad (6)$$

$$R_y = G\left(\omega r_{11} V_1'' + \frac{\partial \omega}{\partial x} r_{11} V_1' - \frac{4}{3} \omega S_{11} V_1\right); \qquad (7)$$

для первой зоны

$$r_{11} = \int_a^{h_1} \Psi_1^2 dy; \quad S_{11} = \int_a^{h_1} (\Psi_1') dy;$$
$$q_1 = \gamma \int_a^{h_1} \Psi_1 dy + \gamma h_2 \Psi_1(h_1); \qquad (8)$$

для второй зоны

$$r_{11}^* = \int_0^{h_1} \Psi_1^2 dy; \quad S_{11}^* = \int_0^{h_1} (\Psi_1')^2 dy;$$
$$q_2 = \gamma \int_0^{h_1} \Psi_1 dy + \gamma h_2 \Psi_1(h_1). \qquad (9)$$

Для решения нелинейной системы уравнений (6) относительно $V_1(x_1)$ и $V_1(x_2)$ предлагается одна из разновидностей метода упругих решений

А.А.Ильюшина. В качестве первого приближения отыскивается решение системы (6) при условии, что $R_y = 0$. Решениями линейного уравнения (6) будут:

$$V_1(x_1) = D_1 e^{-\alpha_1 x_1} + D_2 e^{\alpha_1 x_1} + \frac{q_1}{K_1};$$

$$V_1(x_2) = D_3 e^{-\alpha_2 x_2} + D_4 e^{\alpha_2 x_2} + \frac{q_2}{K_2}, \qquad (10)$$

где

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{K_1}{2t_1}}; \quad K_1 = \frac{ES_{11}}{1-\nu^2}; \quad t_1 = \frac{Er_{11}}{4(1+\nu)};$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{K_2}{2t_2}}; \quad K_2 = \frac{ES_{11}^*}{1-\nu^2}; \quad t_2 = \frac{Er_{11}^*}{4(1+\nu)}. \qquad (11)$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий через обобщенное перемещение $V_1(x)$. Имеем:

при $x_1 = 0$

$$\frac{dV_1(x_1)}{dx_1} = 0 \rightarrow D_1 = D_2; \qquad (12)$$

при $x_2 \rightarrow \infty$

$$V_1(\infty) \approx 0 \rightarrow D_4 = 0; \qquad (13)$$

при $x_1 = x_2 = b$

$$V_1(x_1 = b) = V_1(x_2 = b); \qquad (14)$$

$$V_1'(x_1 = b) = V_1'(x_2 = b). \qquad (15)$$

Реализовав условие (14) и (15), получаем:

$$D_1 = \frac{q_2/K_2 - q_1/K_1}{e^{\alpha_1 b}(1+\alpha_1/\alpha_2) + e^{-\alpha_1 b}(1-\alpha_1/\alpha_2)};$$

$$D_3 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} e^{\alpha_2 b}\left(e^{\alpha_1 b} - e^{-\alpha_1 b}\right) D_1.$$

Определив обобщенные перемещения $V_1^{(1)}(x_1)$, $V_1^{(1)}(x_2)$ первого приближения, находим $e_i^{(1)}$, $v^{(1)}(x,y)$ и $\partial\omega^{(1)}/\partial x$ для каждой из двух зон, после чего по формуле (7) вычисляем $R_y^1(x_1,y)$, $R_y^1(x_2,y)$ и подставляем их значения в правую часть уравнения (6) для определения второго приближения $V_1^{(2)}(x_1,y)$, $V_1^{(2)}(x_2,y)$ и т.д. Можно ограничиться двумя, тремя приближениями, что получить достаточную для практических целей точность. При этом $R_y(x,y)$ следует рассматривать как дополнительную работу мас-

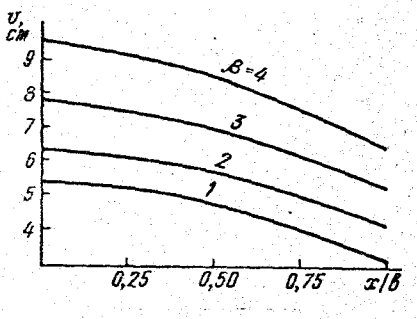


Рис.2. Графики деформирования контура кровли выработки

совых сил в упругой задаче. В качестве примера на рис.2 приведены расчетные графики, характеризующие опускание кровли выработки, полученные при следующих условиях: $h_1 = h_2 = 500$ м; $b = 3a = 4{,}5$ м; $C_1 = 18 \cdot 10^{-3}$; $d\sigma_i / de_i = 1$; $G = 3{,}3 \cdot 10^3$ МПа; $\nu = 0{,}5$; $\bar{\beta} = \beta h_1 = 1; 2; 3$.

Заметим, что β – некоторый постоянный коэффициент, характеризующий быстроту затухания смещений в массиве, обусловленную горными работами, определяемый по данным шахтных измерений. Поскольку реальный массив неоднороден, то коэффициент β в некотором смысле позволяет переходить к расчетной модели однородного эквивалентного (в смысле перемещений) массива горных пород.