Записки Ленинградского горного института им.Г.В.Плеханова.
Т. 125. Л., 1991

УДК 622.235.5

ПРОДОЛЬНЫЕ И ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ВЗРЫВОМ СКВАЖИННОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Д.Н.КЛИМОВА, К.И.ОГУРЦОВ

В приближенном теоретическом анализе продольных и поперечных упругих волн, возникающих в сплошном массиве при равномерно распределенном воздействии на границе цилиндрической полости конечной длины, реальная полость заменена полостью бесконечно малого радиуса.

Прежде чем рассматривать действие взрыва цилиндрического заряда, полезно привести некоторые исследования действия взрыва сферического заряда. Если на сферической полости радиусом R_0 в момент $t = 0$ внезапно создается постоянное давление P, то образуются только продольные волны с потенциалом

$$\varphi = \frac{PR_0^3 H(\tau)}{4\mu R}\left[e^{-\varepsilon\tau}\left(\cos\omega\tau + \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\omega\tau\right) - 1\right], \qquad (1)$$

где $\tau = t - r/a$; $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ – расстояние от центра полости, находящегося в начале координат, до точки наблюдения, $\varepsilon = 2b\gamma/R_0$; $\omega = 2b\sqrt{1-\gamma^2}/R_0$; $\gamma = b/a$; b и a – скорости распространения поперечных и продольных волн; H – единичная функция Хевисайда.

Производная по R от потенциала (1) определяет величину полного вектора смещений, характеризующихся центральной симметрией.

Попробуем теперь перейти к полости нулевого радиуса R_0, но так, чтобы потенциал φ соответствовал, как и при отсутствии полости, центру расширения, определяемому тремя взаимно перпендикулярными двойными силами без момента $\pi R_0^2 P 2R_0$. Для этого в формуле (1) перейдем к пределу $R_0 \to \infty$, одновременно увеличивая R_0 и требуя выполнения равенства $2\pi R_0^3 P = 1$. Тогда формула (1) преобразуется к виду

$$\varphi = \frac{-H(t - R/a)}{8\pi\mu R}. \qquad (2)$$

Как видим, в формуле (2) φ не зависит от γ, а значит, и от коэффициента Пуассона ν.

Заметим, что при отсутствии полости аналогично построенный центр расширения приводит к волновому полю, определяемому потенциалом

$$\varphi = \frac{-f' H(t-R/a)}{4\pi\mu R} . \qquad (3)$$

Первые и вторые производные от (2) и (3), входящие в формулы смещений и напряжений на фронте $R=at$, понимаются в смысле обобщенных функций.

Значения потенциалов, получаемые по формуле (2), больше, чем получаемые по формуле (3), и лишь при $f' = 1/2$ они совпадают.

Динамическое поле от взрыва цилиндрического заряда в ряде теоретических работ отождествляют приближенно с линией центров расширения конечной длины. Такой источник можно получить наложением двух источников бесконечной длины, взятых с разными знаками и смещенных относительно друг друга на расстояние, равное длине заряда.

Пусть линия центров расширения располагается на положительной полуоси z. Заменяя в выражении (3) z на $z-z'$ и интегрируя это выражение по z' в положительном направлении оси z, получим потенциалы, которые в цилиндрической системе координат могут быть представлены равенствами

$$\varphi_0 = \frac{-f'}{4\pi\mu} \ln \frac{at+\sqrt{a^2t^2-r^2}}{R-z}, \text{ если } t \geq \frac{R}{a};\ R=\sqrt{r^2+z^2}; \qquad (4)$$

$$\varphi_0 = \frac{-f'}{2\pi\mu} \ln \frac{at+\sqrt{a^2t^2-r^2}}{r}, \text{ если } \frac{r}{a} \leq t \leq \frac{R}{a} \text{ и } z \geq 0. \qquad (5)$$

Производная по r от этих формул определяет горизонтальные смещения, а производная по z – вертикальные смещения.

Формула (4) характеризует сферическую волну, распространяющуюся от конца источника, а формула (5) – цилиндрическую волну. На фронте цилиндрической волны $at=r$ потенциал (5) равен нулю, как и потенциал (4) на сферическом фронте $at=R$ при $z<0$. При $z>0$ на фронте $at=R$ эти формулы совпадают.

Соответствующий центру расширения потенциал (3) представлен в работе [5] в виде суммы двух решений, соответствующих двойной силе без момента вдоль оси z и радиальному в плоскости $z=0$ центру расширения, соответствующему двум другим взаимно перпендикулярным двойным силам без момента.

Если аналогично предыдущему интегрированию получить волновое поле для линии двойных сил без момента вдоль оси z, то это поле будет выражаться через следующие потенциалы продольных и поперечных волн:

$$\varphi_1 = \frac{f'^2}{8\pi\mu} \frac{z}{R} H\left(t-\frac{R}{a}\right)\left(\frac{a^2t^2}{R^2}-1\right);\ \psi_1 = \frac{H\left(t-\frac{R}{b}\right)}{8\pi\mu} \frac{r}{R}\left(\frac{b^2t^2}{R^2}-1\right). \qquad (6)$$

Для линии радиальных центров расширения (в плоскостях $z=\text{const}$) потенциалы соответственно

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_1 ; \quad \psi = -\psi_1 . \qquad (7)$$

Горизонтальные и вертикальные смещения определяются согласно формулам

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial z} ; \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\psi}{r} .$$

В работе [I] приведены результаты расчетов смещений только для их главных (разрывных) частей на фронтах продольных и поперечных волн.

Итак, мы рассмотрели динамические поля, возникающие в среде при отсутствии полости, под воздействием некоторых объемных сил. Комбинируя эти силы, можно построить приближенные простые решения, отражающие волновую картину в случае взрыва скважинного заряда с различной забойкой или при отсутствии ее.

Особый интерес представляет случай, когда в качестве забойки выступает ненарушенная естественная часть массива. Заранее неизвестно, может ли при этом волновое поле описываться только потенциалами продольных волн (2) и (3) или в решении должны фигурировать и поперечные волны.

В работе [6] предложено точное решение для полости в виде вытянутого эллипсоида вращения, из которого предельным переходом получено динамическое упругое поле линейного источника. Оно указывает на наличие поперечных волн, относительное значение которых растет с уменьшением параметра γ. Однако аппроксимации линейного источника цилиндром и эллипсоидом не эквивалентны.

В решении [6] не отражены очевидные физические представления (с учетом симметрии поля смещений), согласно которым возникновение поперечных волн возможно сначала только на торцах цилиндра. Но эта возможность может реализоваться лишь при условии, что при переходе от цилиндрической полости реального радиуса к полости нулевого радиуса потенциалы, обусловленные воздействием на торец цилиндра, и потенциалы, обусловленные воздействием на цилиндрическую поверхность, не окажутся в точности пропорциональными формулам (6) и (7). В противном случае динамическое поле будет определяться решением (4) и (5), не содержащим поперечные волны.

Формулы (6) представляют собой решение, соответствующее воздействию единичной сосредоточенной силы, направленной в отрицательном направлении оси z в сплошной безграничной среде. Но они достаточно точно отражают волновую картину для среды с бесконечно малой полостью, располагающейся вдоль положительной полуоси z. Косвенное подтверждение этого можно получать, проанализировав симметричную задачу о действии статической силы на острие конуса [4]. Если угол раствора конуса увеличивать до 2π, занимая им таким образом все пространство, то статические решения будут отличаться лишь в малой окрестности полости. Так же обстоит дело и с решением динамической задачи. Влияние полости будет существенным лишь в непосредственной окрестности ее .

Формулы (7), которые до прихода возмущений от конца заряда эквивалентны формулам (5), следует, очевидно, сопоставлять с соответствующими фор-

мулами для цилиндрического заряда нулевого радиуса так же, как это делалось для сферического источника нулевого радиуса.

Если на границе цилиндрической полости приложить статическое давление P, то радиальное напряжение в среде $\sigma_r = -P r_0^2 / r^2$, где r_0 - радиус полости. Рассматривая усилия на цилиндрической полости, убеждаемся, что для получения двух взаимно перпендикулярных двойных сил без момента при $r_0 \to 0$ мы должны потребовать выполнения равенства $4\pi r_0^2 = 1$, в результате чего получаем напряжения $\sigma_r = -1/4r^2$. Заметим, что точное решение соответствующей динамической задачи при отсутствии полости [2] в пределе $t \to \infty$ выражается формулой $\sigma_r = -\gamma^2/\pi r^2$. Таким образом, при наличии полости бесконечно малого радиуса вместо равенств (7) следует использовать равенства

$$\varphi = \frac{\pi}{4\gamma^2}(\varphi_0 - \varphi_1); \quad \psi = -\frac{\pi}{4\gamma^2}\psi_1. \qquad (8)$$

Вместе с формулой (6) они приведут к отличным от нуля значениям интенсивности поперечных волн.

В случае взрыва заряда ограниченной, но большой, по сравнению с его радиусом, длины в полости типа безграничного кругового цилиндра [7] решение приближенно будет определяться равенствами (8).

Исследование волновой картины, обусловленной использованием жесткой забойки, выполнено в работе [3]. Заметим, что при приближении от источника в виде цилиндрической полости радиуса r_0 и высоты $2r_0$ к точечному источнику путем предельного перехода $r_0 \to 0$ получается воздействие трех взаимно перпендикулярных двойных сил без момента с осевой (но не с центральной !) симметрией, приводящей также к образованию не только продольных, но и поперечных волн.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Климова Д.Н. Анализ волнового поля, возникающего в уступе при взрыве колонкового заряда // Распространение упругих и упругопластических волн: Материалы 3-го Всесоюз. симпозиума. Ташкент: ФАН, 1969.

2. Климова Д.Н. Задачи динамики горных пород. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985.

3. Климова Д.Н., Огурцов К.И. Поле смещений в уступе, обусловленное жесткой цилиндрической забойкой // Физические процессы горного производства: Всесоюз. межвуз. сборник. Вып.7 / Ленинградский горный ин-т. Л., 1979.

4. Ляв А. Математическая теория упругости. М.: ОНТИ, 1935.

5. Огурцов К.И., Петрашень Г.И. Динамические задачи для упругого полупространства // Уч. записки ЛГУ. 1951. № 149.

6. Hazebroek P. — Proc. Roy. Soc, 1966. — A 294. № 1436.

7. Nakano Shokichi, Okano Yukio, Shinmyo Naoko, Fujii Kazunari. Technol. Repts. Univ., 1971. № 12.