Записки Ленинградского горного института им.Г.В.Плеханова.
Т. 126. Л., 1991

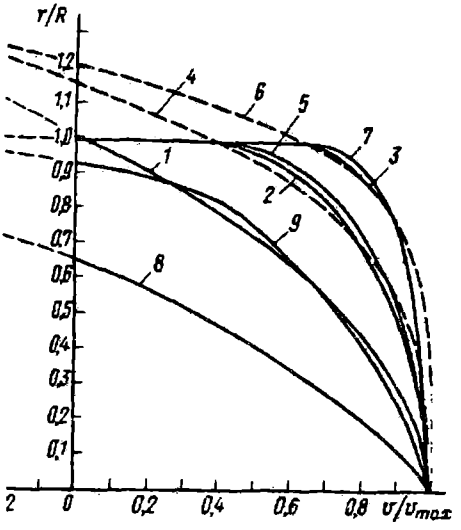
УДК 532(071.1)

О ВЛИЯНИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСРЕДНЕННОЙ СКОРОСТИ НА ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА

Ю.Н.Гуляев

Основной задачей практической гидродинамики является количественная оценка потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений, определяющая надежность гидравлических расчетов при проектировании гидросистем. Каждый из режимов течения характеризуется своим законом распределения осредненных по времени продольных скоростей, который непосредственно связан с величиной гидравлических сопротивлений.

На рисунке кривые I, 2, 3 построены по экспериментальным данным[x] и представляют функции распределения продольных осредненных по времени скоростей в координатах $v/v_{max} = f(r/R)$, где v – продольная осредненная во времени скорость частиц жидкости на расстоянии r от оси трубопровода; v_{max} – продольная осредненная скорость частиц жидкости на оси потока; R – радиус трубопровода. Кривая I представляет ламинарный режим при $Re < 2300$, кривая 2 – турбулентный режим при $Re = 4000$, кривая 3 – турбулентный режим при $Re = 3{,}2 \cdot 10^6$, где $Re = (v_{ср} D)/\nu$ – число Рейнольдса; ν – кинематический коэффициент вязкости; $D = 2R$ – диаметр трубопровода; $v_{ср} = 4Q/(\pi D^2)$ – средняя скорость потока; Q – расход потока.



Графики изменения осредненной продольной скорости частиц жидкости в трубопроводе

Математическая обработка графиков позволяет предложить две функциональные зависимости распределения продольной осредненной скорости по поперечному сечению трубопровода – степенную и логарифмическую:

[x] Агроскин И.И., Дмитриев Г.Т., Пикалов Ф.И. Гидравлика. М.–Л.: Энергия, 1944.

$$\frac{v}{v_{max}} = 1 - n\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{2}{n}} \qquad (1)$$

$$\frac{v}{v_{max}} = 1 - m\ln\left(\frac{R}{R-r}\right), \qquad (2)$$

где n и m – некоторые числа меньше единицы,

$$n = \mathrm{Re}^{-0,056} \qquad (3)$$

$$m = 0,38\,\mathrm{Re}^{-0,1}. \qquad (4)$$

Отметим, что для степенной зависимости при ламинарном режиме $n = 1$, а логарифмической зависимостью ламинарный режим не описывается, поэтому степенная зависимость является наиболее универсальной. На рисунке кривые 4 и 6 построены при n, равном соответственно 0,63 и 0,43, а кривые 5 и 7 соответственно при m, равном 0,15 и 0,08, кривые 8 и 9 при m, равном 1,0 и 0,4.

Анализ графиков степенной зависимости позволяет предположить следующую физическую модель происходящих процессов в потоке движущейся жидкости. На частицы жидкости действуют силы трения, силы адгезии материала внутренней поверхности трубопровода, силы гравитации, силы инерции и гидродинамические силы. При установившемся движении потока в горизонтальном трубопроводе силами инерции и гравитации можно пренебречь. Под действием сил, вызванных градиентом давления по длине потока, происходит относительное перемещение слоев жидкости, при этом гидродинамическим силам оказывают сопротивление силы трения, обусловленные вязкостью жидкости, и силы адгезии, обусловливающие прилипание частиц жидкости к стенкам трубопровода.

При увеличении градиента давления вдоль потока происходит разрыв потока на некотором расстоянии δ от стенки трубопровода, где затухает действие сил адгезии и образуется поверхность, по которой происходит скольжение ядра потока с образованием вихрей, и, соответственно, замена ламинарного режима турбулентным. На образование поверхности скольжения затрачивается дополнительная энергия, что объясняет увеличение коэффициента Дарси. При еще большем увеличении градиента давления начинается постепенное уменьшение величины δ до выступов шероховатости. Этот режим представлен гидравлически гладким трением. С дальнейшим увеличением градиента давления происходит столкновение частиц с выступами шероховатости стенок, а результатом этих столкновений является резкая турбулизация потока и затраты дополнительной энергии с переходом режима движения из гидравлически гладкой области в автомодельную (квадратичную). На основании сказанного следует, что полные потери напора определяются затратами энер-

гии на преодоление сил вязкости в ядре потока, сил адгезии в пристенной области потока и сил трения на шероховатой поверхности трубопровода, т.е.

$$H = H_{я} + H_{п} + H_{с} = L(J_{я} + J_{п} + J_{с}), \qquad (5)$$

где $H_{я}$ – потери напора на преодоление сил вязкости в ядре потока; $H_{п}$ – потери напора на преодоление сил адгезии в пристенной области; $H_{с}$ – потери напора на преодоление сил трения на шероховатостях поверхности трубопровода; L – длина трубопровода; $J_{я}$ – гидравлический уклон, обусловленный силами вязкости; $J_{п}$ – гидравлический уклон, обусловленный силами адгезии в пристенной зоне; $J_{с}$ – гидравлический уклон, обусловленный трением потока о внутреннюю шероховатую поверхность трубопровода.

Используя степенную и логарифмическую зависимости, выведем формулы для коэффициента средней скорости K, коэффициента Кориолиса и гидравлических уклонов.

Коэффициент средней скорости $K = v_{max}/v_{ср}$ определится из условия, что расход потока с одной стороны равен объему тела вращения эпюры осредненной продольной скорости вокруг оси потока и с другой стороны объему цилиндра радиусом R и высотой $v_{ср}$, т.е. для степенной зависимости имеем:

$$Q = \pi R_{1}^{2}(1-n)v_{max} + \int_{(1-n)v_{max}}^{v_{max}} r^{2}dv = \pi R^{2}\int_{(1-n)v_{max}}^{v_{max}} \left[\frac{1}{n}\left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right)\right]^{n} dv =$$

$$= \pi R^{2} v_{max}\left(\frac{1+n-n^{2}}{1+n}\right) = \pi R^{2} v_{ср},$$

откуда

$$K = \left(\frac{1+n}{1+n-n^{2}}\right). \qquad (6)$$

Для ламинарного режима

$$n = 1; \quad K = \frac{1+1}{1+1-1} = 2,$$

что подтверждается теорией и экспериментом.

Коэффициент Кориолиса определится из исходной зависимости[x]

$$\alpha = \frac{1}{\omega v_{ср}^{3}}\int_{\omega} v^{3} d\omega.$$

Из степенной зависимости следует:

---

[x] Агроскин И.И., Дмитриев Г.Т., Пикалов Ф.И. Гидравлика. М.–Л.: Энергия, 1964.

$$\alpha = \frac{1}{\pi R^2 v_{ср}^3} \int_0^R \left\{ v_{max} \left[1 - n \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{2}{n}} \right] \right\}^3 2\pi r dr = \tag{7}$$

$$= \frac{2 v_{max}^3}{R^2 v_{ср}^3} \int_0^R \left[1 - n \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{2}{n}} \right]^3 r dr = K^3 \left(1 - \frac{3n^2}{n+1} + \frac{3n^3}{n+2} - \frac{n^4}{n+3} \right).$$

Гидравлический уклон, обусловленный силами вязкости, в ядре потока определится из выражения:

$$J_я = \frac{2\nu}{gR} \left(\frac{dv}{dr} \right) = \frac{2\nu}{gR} \frac{d \left\{ v_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{2}{n}} \right] \right\}}{dr} = \frac{4\nu v_{max}}{gR^2} = \frac{16\nu K v_{ср}}{gD^2} \tag{8}$$

Гидравлический уклон, обусловленный силами адгезии в пристенной области:

$$J_п = \frac{2\nu}{gR} \left(\frac{dv}{dr} \right) = \frac{2\nu(1-n) v_{max}}{gR\delta} = \frac{4\nu K(1-n) v_{ср}}{gD\delta}; \tag{9}$$

$$\delta = \frac{a\nu L}{v^{0,75}}, \tag{10}$$

где a – коэффициент, для потока воды в стальном трубопроводе $a = 2700$ м$^{-1,75} \cdot$ с^{0,25}, определяется методами физхимии по величине угла смачивания.

Гидравлический уклон, обусловленный силами трения потока жидкости о шероховатую внутреннюю поверхность трубопровода,

$$J_c = \frac{\Delta v_{ср}^2}{gR^2} = \frac{4\Delta v_{ср}^2}{gD^2}, \tag{11}$$

где Δ – эквивалентная шероховатость внутренней поверхности трубопровода, для новых стальных труб $\Delta = 25 \cdot 10^{-5}$ м, для новых чугунных труб $\Delta = 30 \cdot 10^{-5}$ м, для нормальных труб $\Delta = 40 \cdot 10^{-5}$ м.

Суммарный гидравлический уклон определится из выражения:

$$J = \frac{H}{L} = \left[\frac{16\nu K}{D} + \frac{4\nu K(1-n)}{\delta} + \frac{4\Delta v_{ср}}{D} \right] \frac{v_{ср}}{gD} =$$

$$= \left[\frac{32\nu K}{v_{ср} D^2} + \frac{8\nu K(1-n)}{v_{ср}\delta D} + \frac{8\Delta}{D^2} \right] \frac{v_{ср}^2}{2g}. \tag{12}$$

Для логарифмической зависимости коэффициент средней скорости

$$Q = 2\pi R^2 \int_0^{v_{max}} \left[1 - \epsilon^{-\frac{1}{m}\left(1-\frac{v}{v_{max}}\right)}\right]^2 dv = \pi R^2 (1 - 1{,}5m) = \pi R^2 v_{cp},$$

откуда

$$K = \frac{1}{1 - 1{,}5m} \tag{13}$$

Для коэффициента Кориолиса имеем:

$$\alpha = \frac{1}{\pi R^2 v_{cp}^3} \int_0^R \left\{ v_{max} \left[1 - m \ln\left(\frac{R}{R-r}\right)\right]\right\}^3 2\pi r\, dr =$$

$$= \frac{2 v_{max}^3}{R^2 v_{cp}^3} \int_0^R \left[1 - m \ln\left(\frac{R}{R-r}\right)\right]^3 r\, dr \tag{14}$$

Расчеты коэффициента Кориолиса по формуле (I4) весьма громоздки и трудоемки, его удобней находить по формуле (7) (см. таблицу).

Экспериментальные и расчетные значения коэффициентов K и α

Числа Re, n, m	Коэффициент K			Коэффициент α по формуле (7)
	эксперимент	по формуле (6)	по формуле (13)	
< 2320; 1,0; 0,333	2,0	2,0	2,0	2,0
2700,0; 0,64; 0,17	1,33	1,335	1,349	1,19
10^6 ; 0,40; 0,095	1,16	1,169	1,167	1,073
10^8 ; 0,36; 0,06	1,11	1,105	1,1	1,033

Анализ таблицы показывает высокую сходимость всех расчетов с экспериментом, но следует отметить что лучшую сходимость обеспечивает степенная зависимость.

Для логарифмической зависимости можем записать:

$$J = \frac{2\nu}{gR} \frac{d\left\{v_{max}\left[1 - m \ln\left(\frac{R}{R-r}\right)\right]\right\}}{dr} = \frac{2\nu m K v_{cp}}{g(R-r)^2 \ln\left(\frac{R}{R-r}\right)} \tag{15}$$

Можно сделать вывод, что степенная функция распределения осредненной продольной скорости потока заслуживает внимания, так как позволяет по-новому рассмотреть энергетические процессы в потоке неоднородной жидкости при разработке методик расчета гидравлических параметров.