Записки Ленинградского горного института им.Г.В.Плеханова.
Т. 126. Л., 1991

УДК 621.224+621.671.2

О ПРИМЕНЕНИИ УРАВНЕНИЯ Л.ЭЙЛЕРА К НАСОСАМ

С.С.СМОРОДИН

В теории турбомашин основополагающим является вопрос определения затраченной работы на колесе как формы обмена энергией текучего с телом. В середине восемнадцатого столетия член Петербургской академии наук Леонард Эйлер (1707-1783) впервые разработал струйную теорию работы гидравлической машины применительно к колесу турбины при протекании через нее воды как несжимаемого идеального тела (текучего вещества). В предположении множества бесконечно тонких лопастей на колесе поток как бы разбивается на элементарные струйки, направление течения каждой из которых полностью отражает кривизну формы лопасти, что является основанием для аналитического вывода уравнения предельно возможной удельной затраченной работы в колесе через скорости и углы установки лопастей.

В турбинах энергия жидкости передается на лопасти колеса, а за вычетом гидродинамических и механических потерь в машине оставшаяся часть передается на вал турбины в виде механической работы вращения. Количество энергии, передаваемой колесу от внешнего источника, зависит от величины и направления трех скоростей на входной кромке лопасти (внутри колеса) и при выходе из колеса.

Струйная теория турбин Л.Эйлера неотделима от двух условий: затраченная работа в турбине отражает величину энергии только внутри колеса; предусматривается обязательное выражение абсолютной скорости на входе как геометрической суммы переносной и относительной скоростей, т.е. нерушимое требование представления так называемых треугольников скоростей Эйлера как на входной кромке лопасти рабочего колеса, так и на выходе из колеса.

В турбинах поток до колеса и за ним считается нерабочим. Следовательно, из напора потока гидротурбинной установки $H_{гту}=H_{ст}+h_{б}$ (представляющего собой разность между статическим напором воды перед плотиной $H_{ст}$ и уровнем воды в нижнем бьефе установки $h_{б}$) необходимо вычесть все потери в каналах и в направляющем аппарате до колеса, а также все потери после выхода потока из колеса до свободного слива в отводящем канале, тогда получим напор перед колесом. Назовем ее подведенной энергией к колесу "брутто", т.е.

$$H_{гту}-h_{пк}-h_{ок}=H_{бр.\to т}, \qquad (1)$$

где $h_{пк}$ – гидродинамические потери в подводящих каналах до колеса; $h_{ск}$ – потери в отсасывающем канале.

Подведенная к колесу турбины энергия $H_{бр.кт}$ не всегда может быть полностью использована внутри колеса из-за возможных дополнительных потерь на удар при переходе потока с лопаток направляющего аппарата на рабочие лопасти колеса турбины. С учетом этих потерь запишем удельную весовую (или массовую) энергию внутри колеса как чистый остаток от внешней энергии потока, который можно назвать энергией "нетто",

$$H_{нетто.кт} = H_{бр.кт} - H_{уд.кт}, \qquad (2)$$

где $H_{уд.кт}$ – потери удельной энергии от удара при вступлении потока на кромки рабочих лопастей.

Энергия "нетто" в виде кинетической энергии абсолютного движения переходит в составляющие кинетической энергии переносного и относительного движения. В результате появляется движущий момент, действующий со стороны потока на лопасти колеса, для определения которого применим закон приращения момента количества движения и закон сохранения массы к потоку, проходящему через рабочее колесо. Преимущество такого подхода заключается в том, что для определения сил взаимодействия потока с лопастями турбины достаточно знать только параметры состояния потока в границах между внешней и внутренней поверхностью колеса из условий неразрывности движения.

На рис.I,а представлена схема турбинного колеса, а на рис.I,б – кинематика потока в колесе. Вектор абсолютной скорости потока перед колесом c_c после входа на кромку лопасти мгновенно превращается в вектор c_1, что связано с потерями энергии "нетто". Даже при движении идеального потока вдоль лопасти происходит передача энергии от потока к валу турбины в виде мента вращения, определя мого скоростью з кручивания на внешней окружности. В общем случае поток при выходе из колеса обладает остаточным запасом энергии. Следовательно, необходимо записать приращение момента количества движения внутри колеса, передаваемое на вал турбины, который из вида скоростей на рис.I,б представится следующим образом:

$$M_{кт} = \frac{m}{\Delta t}(r_1 c_1 - r_2 c_2). \qquad (3)$$

Напишем значения входящих в это выражение величин:

$$m = \frac{Q\gamma}{g} c \ ,$$

где Q – секундный дебит.

Из подобия треугольников на рис.I имеем:

$$r_1 c_1 = R_1 \cos\alpha_1 c_1 = R_1 c_{1u};$$

$$r_2 c_2 = R_2 \cos\alpha_2 c_2 = R_2 c_{2u}.$$

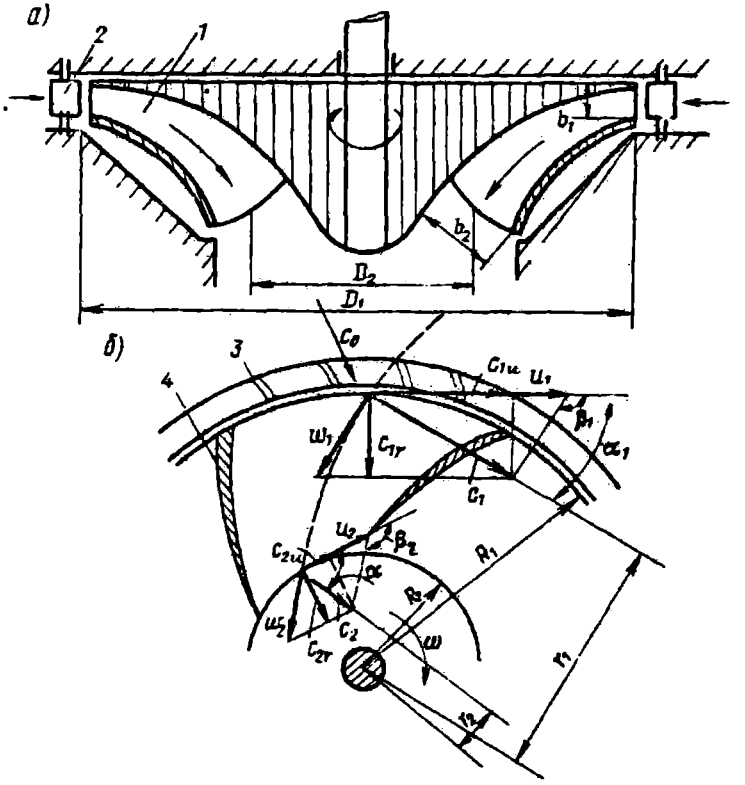


Рис.1. Схема и кинематика потока в колесе водяной турбины
1 – рабочее колесо турбины; 2 – направляющий аппарат;
3 – лопатка направляющего аппарата; 4 – лопасть рабочего колеса турбины

Подставив новые значения величин в уравнение (3) и умножив обе части на угловую скорость ω, определим мощность в колесе турбины

$$N'_{кт} = M_{кт}\omega = \frac{Q\gamma}{g}(\omega R_1 c_{1u} - \omega R_2 c_{2u}). \qquad (4)$$

Энергия, затраченная в колесе на один ньютон, представляет собой удельную весовую работу (передаваемую потоком на лопасти колеса), или напор, т.е.

$$\frac{N'_{кт}}{Q\gamma} = H'_{кт} = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}, \qquad (5)$$

где u_1 – переносная скорость потока на внешней окружности колеса турбины; c_{1u} – скорость закручивания потока на внутренней окружности колеса; u_2 – переносная скорость потока на внутренней окружности колеса; c_{2u} – остаточная скорость закручивания потока при выходе потока из колеса.

Полученная формула (5), выражающая турбинное уравнение Л.Эйлера, применима при любом направлении скорости потока перед колесом и на выходе из колеса.

При конструировании водяных турбин (с целью приближения величины передаваемой энергии потока на колесо к энергии колеса "нетто") предусматривают установку направляющего аппарата с поворотными лопатками. Направляющий аппарат обеспечивает безударный вход воды на лопасти рабочего колеса, при этом достигается $\bar{c}_1 = \bar{c}_0$ и удельная работа, передаваемая на колесо, согласно уравнению (2) увеличивается.

Уравнение Л.Эйлера несколько изменится и будет иметь вид

$$H''_{\infty кт} = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g} \qquad (6)$$

Для наиболее полного использования энергии потока в колесе турбины конструкцией рабочих лопастей предусматривается обеспечение радиального выхода потока из колеса, когда $c_2 = c_{2r}$ и $c_{2u} = 0$. При радиальном выходе потока из колеса уравнение Л.Эйлера (5) будет иметь вид

$$H''_{\infty кт} = \frac{u_1 c_{1u}}{g}, \qquad (7)$$

а при безударном входе и радиальном выходе получим

$$H'''_{\infty кт} = \frac{u_1 c_{0u}}{g}. \qquad (8)$$

Полученная формула (8) отвечает наиболее полной передаче энергии потока на колесо турбины, т.е. энергии колеса "брутто", представленной уравнением (I).

Условие множества (бесконечного числа) исчезающе тонких рабочих лопастей на колесе турбины дало возможность связать параметры потока с параметрами колеса турбины и получить аналитический вывод формулы для определения величины передаваемой энергии от потока к колесу турбины.

В реальной машине при конечном числе рабочих лопастей на колесе происходит недоиспользование энергии потока по причине уменьшения скорости закручивания при сравнительно большом расстоянии между лопастями. Тогда при конечном числе рабочих лопастей будет получен теоретический напор турбинного колеса для общего случая из формулы (5)

$$H'_{кт.z} = \sigma \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}, \qquad (9)$$

где $\sigma < 1$ - коэффициент, учитывающий влияние конечного числа лопастей на передаваемую потоком энергию.

И, наконец, за вычетом всех гидродинамических, объемных и дисковых потерь в колесе, а также механических потерь в подшипниках, получают полезный напор турбины

$$H_{п} = H'_{кт.z} - h_{кол} - h_{мех} = H'_{кт.z}\eta_{г}\eta_{0}\eta_{диск}\eta_{мех} \qquad (10)$$

В гидромашиностроении существует термин "нормальная турбина", когда она сконструирована при условии безударного входа воды в колесо и радиального выхода воды из колеса, тогда полезная мощность на валу гидротурбины с напором по формуле (8) будет

$$N_{вал} = \frac{Q u_1 c_{0u}}{g}\sigma\eta_{г}\eta_{0}\eta_{диск}\eta_{мех}. \qquad (11)$$

где Q - объемный дебит воды, подводимый к колесу.

Водяная турбина представляет собой гидромашину-двигатель, которая использует энергию воды. Насос вносит энергию в поток. Гидромашины-генераторы появились только в 1832 г. после изобретения центробежного вентилятора, а затем и насоса известным русским изобретателем горным инженером А.А.Саблуковым (1738-1857). При разработке теории турбомашин-генераторов (центробежные насосы, вентиляторы, компрессоры) стали пользоваться струйной теорией Л.Эйлера. Струйная теория дает возможность построить кинематические характеристики потока в рабочем колесе в виде треугольников скоростей Эйлера, что является весьма важным средством для анализа работы насоса.

Применительно к насосу необходимо написать уравнение удельной работы, затраченной от внешнего источника и преобразованной в энергию потока с учетом обратного движения потока через колесо, т.е. выход из турбины является входом в колесо насоса, а выход из колеса насоса, наоборот, является входом в колесо турбины.

Различное целевое назначение насосов (гидромашин-генераторов) и водяных турбин (гидромашин-двигателей) требует иного подхода к учету влияния внешних условий, окружающих рабочее колесо, на величину затраченной работы. Принимаем те же условия и положения струйной теории, т.е. бесконечное число лопастей на колесе, разбивающих текучее на элементарные трубки безвихревого потока, и идеальное текучее, так как в теории определяется только затраченная работа от внешнего источника.

Центробежный насос (рис.2) имеет насаженное на вал рабочее колесо I с рабочими лопастями 2 (рис.2,а). Подвод воды осуществляется через всасывающий патрубок в корпусе непосредственно к колесу без направляющего аппарата. На выходе из колеса устанавливается спрямляюще-направляющий лопаточный аппарат 3 в многоступенчатых насосах или спиральный кожух в одноступенчатом насосе. На рис.2,б пунктирной линией показана передняя поверхность рабочей лопасти насоса. Индексация параметров потока принимается по аналогии с турбиной, т.е. все величины на входной кромке лопасти имеют индекс I, а на выходе индекс 2.

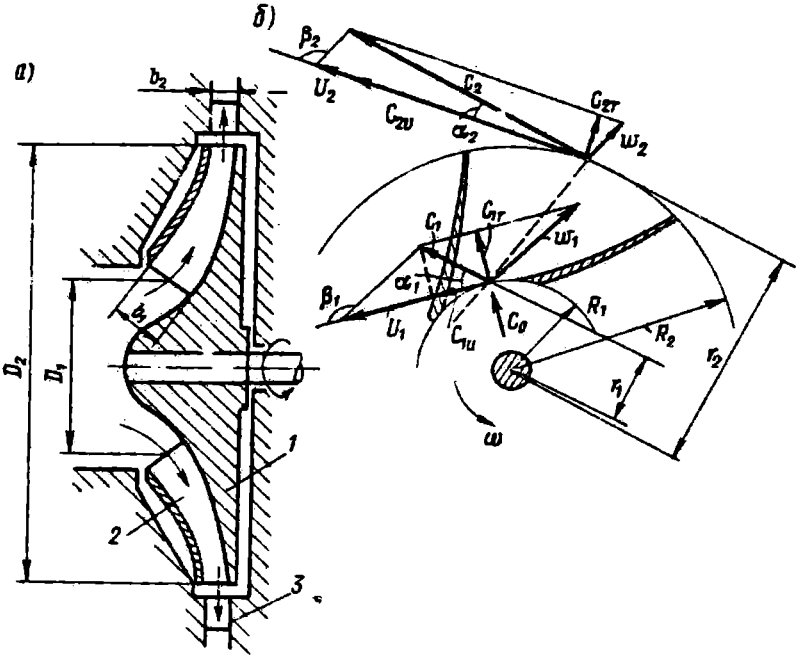


Рис.2. Схема центробежного насоса и картина скоростей потока в колесе
1 – рабочее колесо насоса; 2 – лопасть рабочего колеса; 3 – лопатка спрямляющего аппарата

Рассмотрим скорости на входе в колесо, при этом принимаем во внимание, что в насосах не устанавливается никаких направляющих аппаратов. Следовательно, скорость перед входом в колесо c_0 с достаточным основанием может быть принята направленной по радиусу, т.е. $\bar{c}_0 = \bar{c}_{0r}$. На входной кромке колеса по аналогии с турбиной строим треугольник скоростей Эйлера по заданным векторам $\bar{u}_1$ и $\bar{c}_{1r}$, а также по направлению относительной скорости под углом β_1 и определяем вектор абсолютной скорости потока на входе.

Бесспорно, что преобразование вектора абсолютной скорости $\bar{c}_0$ в вектор $\bar{c}_1$ происходит на входной кромке лопасти рабочего колеса насоса с затратой энергии от внешнего источника, т.е. от вала двигателя. Если применительно к турбинам стояла задача определения энергии, передаваемой от потока текучего на колесо, то применительно к насосам, наоборот, необходимо вычислить максимальную величину работы, полученную от вала двигателя и превращаемую в энергию потока в колесе насоса. Для этого, по аналогии с турбинным колесом, строим треугольники скоростей Эйлера на входной и выходной кромке колеса насоса.

Зная, что в колесе насоса происходит приращение энергии потока от входа к выходу из колеса, применяем закон приращения момента количества движения. Приращение момента количества движения в потоке получаем из картины скоростей на лопасти колеса насоса (рис.2,б) и приравняв его моменту сил от внешнего источника, получаем выражение .

$$M_{кн} = \frac{m}{\Delta t}(r_2 c_2 - r_1 c_1). \qquad (12)$$

Опуская преобразования, выполненные выше, при выводе турбинного уравнения напишем уравнение Л.Эйлера для насоса

$$\frac{N'_{кн}}{\alpha\gamma} = H'_{кн\,\infty} = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}}{g}. \qquad (13)$$

Полученное уравнение (13) ничем не отличается от турбинного уравнения Л.Эйлера, но применение его к насосам отличается тем что второй член здесь выражает не выход из турбин, а вход в колесо насоса. Если в турбинном уравнении принимается радиальный выход, т.е. $c_{1u} = 0$, то применительно к насосам радиальная скорость перед входом в колесо еще не означает безударный вход и теоретическая характеристика насоса не может быть описана одночленным уравнением Л.Эйлера (7).

Насосное уравнение (13), как и турбинное (5), выражает энергию в границах колеса (от входной до выходной кромки лопасти). В турбинах энергия удара представляет собой потери внешнего источника энергии и наличие отсутствие удара на входе, как видно из уравнений (5) и (6), не изменяет величину энергии потока, передаваемую на рабочее колесо.

В насосе при входе в лопастное колесо потоку сообщается дополнительная энергия на удар от внешнего источника, т.е. от вала двигателя. Следовательно, в насосах, в отличие от турбин, необходимо рассчитывать энергию "брутто" из уравнения (2), выражающую удельную энергию, подведенную к колесу насоса,

$$H_{бр.кн} = H_{1\,кн\,\infty} = H'_{кн\,\infty} + H_{уд.вх.кн}, \qquad (14)$$

где $H_{уд.вх.кн}$ – дополнительная работа от внешнего источника, затраченная при входе элементарной трубки тока на каждую единицу силы тяжести текучего, при радиальном направлении скорости перед колесом, когда $c = c_{1r}$,

$$H_{уд.вх.кн} = \frac{c_1^2 - c_{1r}^2}{2g} = \frac{c_{1u}^2}{2g} = \frac{(u_1 - c_{1r}\operatorname{ctg}\beta_1)^2}{2g} \qquad (15)$$

Суммарная затраченная работа на колесе насоса при бесконечном числе рабочих лопастей

$$H_{1\,кн\,\infty} = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}}{g} + \frac{(u_1 - c_{1r}\operatorname{ctg}\beta_1)^2}{2g} \qquad (16)$$

Теоретическим напором насоса называется затраченная от внешнего источника удельная работа при конечном числе лопастей. Влияние конечного числа лопастей на величину затраченной работы в струйной теории учитывается введением поправочного коэффициента σ, для определения которого су-

ществует множество формул (акад. Укр.АН Проскуры Г.Ф., проф. Майзеля В.М., проф. Страховича К.И., словацкого ученого Стодолы А. и др.).

Введение коэффициента $\sigma < 1$ отражает физику процесса течения потока в малолопастном пространстве, где малое число лопастей не может оказывать силовое воздействие на все сечения, поэтому происходит уменьшение скорости закручивания потока в колесе. Применительно ко второму члену уравнения (16) этот поправочный коэффициент в первом приближении отражает смягчение удара при входе в колесо. Влияние конечного числа рабочих лопастей на затраченную работу не относится к потерям в колесе, а отражает только возможности реальной машины вносить энергию в поток текучего подобно тому, как в вихревой теории коэффициент подъемной силы в решетке меньше коэффициента подъемной силы единичного крыла, помещенного в плоскопараллельный невозмущенный поток, т.е. $\sigma = \Gamma_{2\,реш}/\Gamma_{2\,ед}$.

Впервые уравнение (16) было выведено акад. А.П.Германом[x], оно отражает закон сохранения энергии применительно к турбомашинам-генераторам. После преобразования формулы (16) с помощью известного уравнения Н.В.Понселе и выражения скорости закручивания на выходе и на входе через теоретическую производительность, а также через основные конструктивные параметры колеса машины[xx] можно написать уравнение полной работы на колесе насоса

$$H_{1\,кн}^{\infty} = \frac{1}{g}\left[\left(1 - \frac{k_D^2}{2}\right)u_2^2 + \frac{ctg\beta_2}{2\pi\psi_2}\frac{Q_T}{D_2^2}u_2 + \frac{ctg^2\beta_1}{2\pi^2 k_D^2 \psi_1^2}\left(\frac{Q_T}{D_2^2}\right)^2\right]. \qquad (17)$$

Представляя уравнение (17) в декартовых координатах при $u_2 = const$ и $D_2 = const$, получим затраченную работу при бесконечном числе рабочих лопастей в виде квадратичной параболы. Без учета последнего члена уравнения, ввиду малого его значения, можно использовать только два первых члена, т.е. представлять затраченную работу в виде прямой линии.

---

[x] Герман А.П. Теория и расчет турбовоздуходувных машин. Л.: Металлург, 1928.

[xx] Смородин С.С., Верстаков Г.В. Шахтные стационарные машины и установки. М.: Недра, 1975.