Записки Ленинградского горного института.
Т. 128. СПб , 1991

УДК 621.313.3

В.А.ДАРТАУ

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С МАГНИТНЫМ НАСЫЩЕНИЕМ

Учет насыщения магнитной системы электрической машины в переходных процессах можно проводить, опираясь на систему дифференциальных уравнений, описывающую электрическое равновесие обмоток фаз машины:

$$\frac{d}{dt}\psi_{AS} = U_{AS} - R_A i_A ;$$

$$\frac{d}{dt}\psi_{BS} = U_{BS} - R_B i_B ; \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dt}\psi_{CS} = U_{CS} - R_C i_C .$$

Потокосцепление k-й фазы статора вычислим в предположении, что обмотка фазы распределена синусоидально, иначе секция имеет плотность $q(\eta) = \sin(\eta)\,d\eta$, где η - угол, отсчитываемый от магнитной оси фазы до стороны секции, принятой за начальную; тогда главное потокосцепление фазы

$$\psi_{k0}(\theta) = -l \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(\eta) \int_{\theta-\eta+\frac{2k\pi}{3}}^{\theta-\eta+\frac{2k\pi}{3}-\pi} B(\xi)\,d\xi\,d\eta , \qquad (2)$$

где θ - угол, отсчитываемый от магнитной оси фазы А до максимума магнитного поля в зазоре машины; $B(\xi)$ - распределение магнитного поля в зазоре машины.

Полное потокосцепление фазы

$$\psi_{kS}(\theta) = \psi_{k0}(\theta) + L_{\sigma Sk}\, i_k , \qquad (3)$$

где $L_{\sigma Sk}$ - индуктивность рассеяния обмотки фазы статора.

Введем в рассмотрение обобщенный вектор главного потокосцепления

$$\psi_0(\theta) = \frac{2}{3}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\psi_{A0}(\theta,\eta) + e^{j\frac{2\pi}{3}}\psi_{B0}(\theta,\eta) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}\psi_{C0}(\theta,\eta)\right] d\eta . \qquad (4)$$

Предполагая круговую магнитную симметрию машины и симметрию обмоток фаз с диаметральным шагом, можно формулу (4) для главного потокосцепления упростить:

$$\dot{\phi}_0(\theta) = 2l \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(j(\theta - z)\right) B(z)\, dz . \qquad (5)$$

Далее, полагая кривую намагничивания машины $B(i_0)$ однозначной, нечетной функцией своего аргумента, и сохраняя ранее принятые допущения, обобщенный вектор главного потокосцепления запишем в виде

$$\dot{\phi}_0(\theta) = \frac{2}{\pi} L_m I_{0н} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(j(\theta - \xi)\right) F_B\left(i_0 \cos(\xi)\right) d\xi , \qquad (6)$$

где L_m - эквивалентная индуктивность намагничивающего контура, может быть принята равной стандартной, $L_m = x_m / \omega_1$ ($\omega_1 = 100\pi$); i_0 - относительный ток намагничивания, $i_0 = |\dot{I}_S + \dot{I}_R| / I_{0н}$; $I_{0н}$ - опорный ток начала насыщения (рис.I,а).

Полная математическая модель асинхронной машины имеет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\dot{\phi}_S = -\frac{R_S}{L_{\sigma S}}\left(\dot{\phi}_S - \dot{\phi}_0\right) + \dot{U}_S ;\\
&\frac{d}{dt}\dot{\phi}_R = -\frac{R_R}{L_{\sigma R}}\left(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_0\right) + j\omega\dot{\phi}_R ;\\
&\dot{I}_S = \left(\dot{\phi}_S - \dot{\phi}_0\right)/L_{\sigma S}; \quad \dot{I}_R = \left(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_0\right)/L_{\sigma R};\\
&\dot{I}_0 = \dot{I}_S + \dot{I}_R ; \qquad i_0 = |\dot{I}_0| / I_{0н},
\end{aligned} \qquad (7)$$

где обобщенный вектор главного потокосцепления $\dot{\phi}_0$ определяется из выражения (6).

Для расчетов переходных процессов удобно привести систему уравнений (7) к относительным единицам. Масштабы электромагнитных переменных: $m_\phi = L_m I_{0н}$; $m_i = I_{0н}$; $m_t = m_\omega^{-1} = (100\pi)^{-1}$; $m_u = U_{н\,max}$; масштаб электромагнитного момента $m_M = 3/2\, p L_m I_{0н}^2$, тогда система примет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{d\tau}\dot{\phi}_S = -a_1\left(\dot{\phi}_S - \dot{\phi}_0\right) + b\dot{U}_S ;\\
&\frac{d}{d\tau}\dot{\phi}_R = -a_2\left(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_0\right) + j\nu\dot{\phi}_R ;\\
&i_S = \left(\dot{\phi}_S - \dot{\phi}_0\right)\frac{L_m}{L_{\sigma S}}; \quad i_R = \left(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_0\right)\frac{L_m}{L_{\sigma R}} ;\\
&i_0 = i_S + i_R ;\\
&\dot{\phi}_0 = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(j(\theta - \xi)\right) F_B\left(i_0 \cos(\xi)\right) d\xi ,
\end{aligned} \qquad (8)$$

где

$$a_1 = (R_S m_t)/L_{\sigma S}; \quad a_2 = (R_R m_t)/L_{\sigma R}; \quad b = (m_u m_t)/m_\varphi .$$

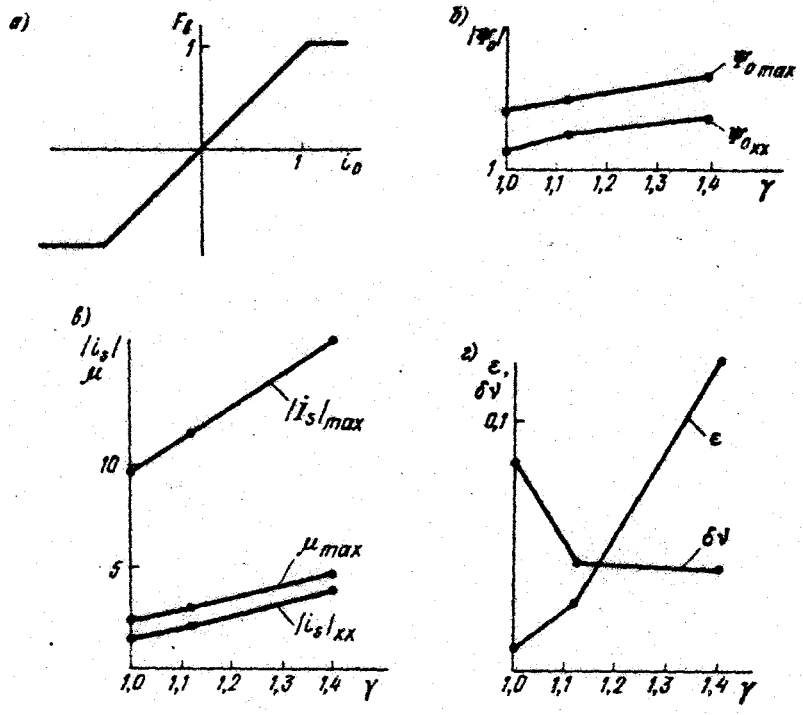


Рис.1. Параметры переходных процессов при насыщенной магнитной системе асинхронной машины: а – кривая насыщения расчетной модели $F_\delta(x)$ б – потокосцепление; в – максимальный выброс тока статора, максимальный момент, ток холостого хода; г – оценка средней потери магнитного поля от насыщения ε_ψ и перерегулирование по скорости $\delta\nu$

Электромеханическое уравнение принимает вид

$$J\frac{d}{d\tau}\nu = \frac{3}{2}pL_m I_{он}^2 \frac{p}{(100\pi)^2}\mu = k_M\mu.$$

Численное интегрирование системы (8) должно включать вычисление промежуточных переменных Φ_0, i_S, i_R, при этом конечные формулы решений для промежуточных переменных не могут быть получены, поэтому на каждом шаге интегрирования переменная находится при помощи итерационного процесса.

Схему итераций опишем последовательностью ее токов.

Начальные значения переменных:

$$\dot{\Phi}_S^{(n)},\ \dot{\Phi}_R^{(n)},\ \dot{\Phi}_0^{(n,k)},\ \dot{i}_S^{(n,k)},\ \dot{i}_R^{(n,k)},$$

где n – номер шага интегрирования системы дифференциальных уравнений, $n = 0, N$; k – номер итерации промежуточных переменных, $k < 14$.

Шаги итерации:

I) $\dot{i}_S^{(n,k+1)} = \dot{i}_S^{(n,k)} + k_И\left(L_{\sigma S}\dot{i}_S^{(n,k)} - \dot{\Phi}_S^{(n)} + \dot{\Phi}_0^{(n,k)}\right)$;

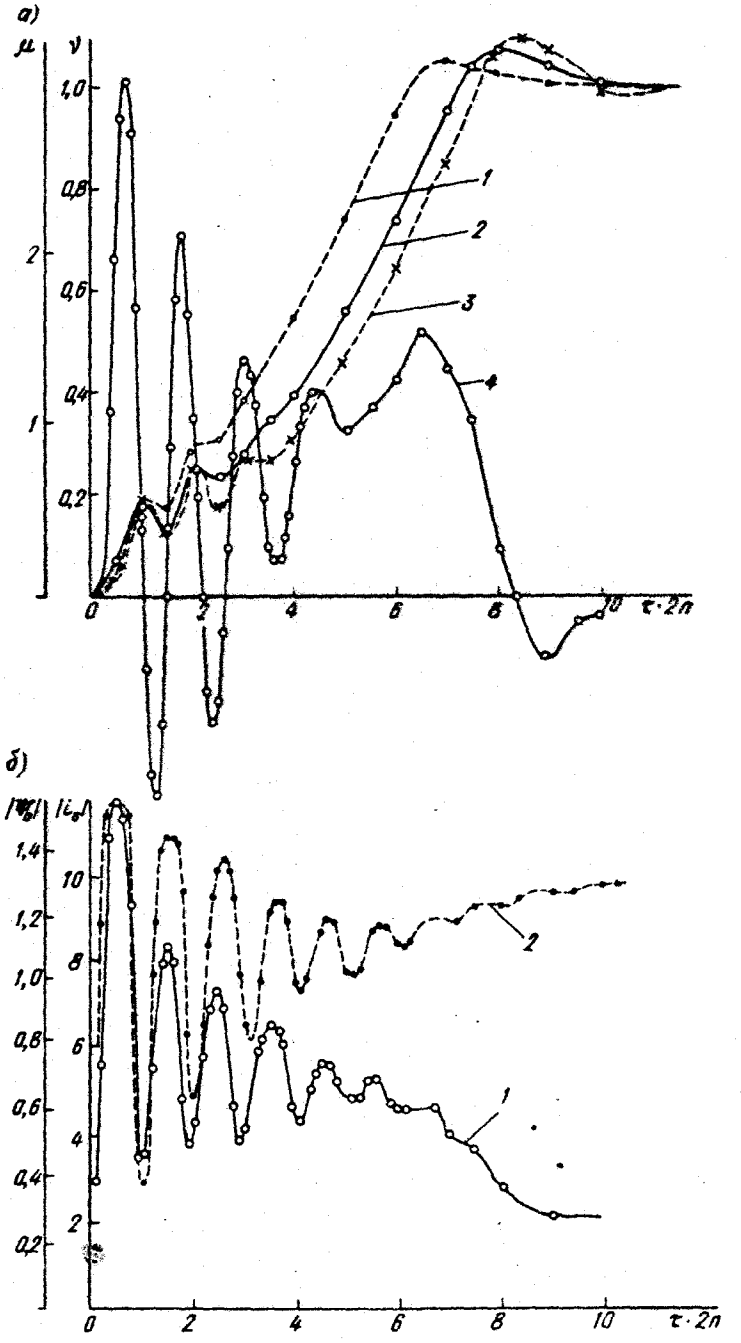


Рис.2. Расчеты переходных процессов при насыщении магнитной системы машины: а – 1, 2, 3 – скорость при ν = 1,4, ν = 1,12, ν = 1 соответственно; 4 – электромагнитный момент при ν = 1; б – 1 – модуль тока статора; 2 – модуль главного потокосцепления для ν = 1

2) $i_n^{(n,k+1)} = \left(L_{\sigma S} i_S^{(n,k+1)} + \dot{\phi}_R^{(n)} - \dot{\phi}_S^{(n)}\right)/L_{\sigma R}$;

3) $i_0^{(n,k+1)} = i_S^{(n,k+1)} + i_R^{(n,k+1)}$;

4) $\theta^{(n,k+1)} = Jm\left(L_n\left(i_0^{(n,k+1)}\right)\right)$;

5) $\dot{\phi}_0^{(n,k+1)} = FEM\left(\left|i_0^{(n,k+1)}\right|, \theta^{(n,k+1)}\right)$;

6) если $\left|\dot{\phi}_0^{(n,k+1)} - \dot{\phi}_0^{(n,k)}\right| > \varepsilon_\psi$, то на шаг I, иначе окончание процесса, здесь

$$FEM = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(j(\theta-\xi)\right) F_B\left(\left|i_0^{(n,k+1)}\right|\cos(\xi)\right) d\xi .$$

Интеграл в программе вычисляется по формуле трапеций на 32 точках,

$$F_B(x) = \begin{cases} x, & \text{если } |x| \le 1; \\ 1+(x-1)k_y, & \text{если } x > 1; \\ -1-(|x|-1)k_y, & \text{если } x < -1. \end{cases}$$

Заметим, что алгоритм нахождения $\dot{\phi}_0$ можно упростить, если учесть, что для монотонных функций

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(j(\theta-\xi)\right) F_B\left(|i_0|\cos(\xi)\right) d\xi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\xi) F_B\left(|i_0|\cos(\xi)\right) d\xi \, e^{j\theta}.$$

С учетом этого шаг 5 итераций может быть выполнен более чем в два раза эффективнее, однако в общем случае вычисления должны проводиться согласно основной формуле.

Результаты прогона программы позволили оценить параметры итерационного процесса: k_M = 2-5 - коэффициент ускорения итераций, при этом при числе итераций k = 5-I4 во всех случаях можно добиться монотонной сходимости. Интегрирование системы проводилось методом Рунге - Кутты четвертого порядка. На рис.2 приведены переходные процессы $\nu(\tau)$, $\mu(\tau)$, $|i_S|(\tau)$, $|\phi_0|(\tau)$ для машины с параметрами: α_1 = 0,032; α_2 = 0,0I36; γ_1 = I,4; b = I,76; k_M = I,532·I0^{-3}; γ = I,I2; b = I,4I; k_M = 2,394·I0^{-3}; γ = I,C0; b = = I,25; k_M = 3,00·I0^{-3}.

Заметим, что время разгона уменьшается с увеличением степени насыщения. Качественное поведение электромагнитных переменных подтверждает адекватность модели. На рис.I,б,в,г приведены сравнительные характеристики переходных процессов. Увеличение степени насыщения приводит к уменьшению колебательности по скорости (см. рис.I,г), величина перерегулирования $\delta\nu$ падает более чем в два раза, максимальный выброс тока статора (см. рис.I,в) возрастает в большей степени, чем максимальный выброс электромагнитного момента, который с ростом параметра $\gamma = \left(\frac{U_S}{U_{Sн}}\frac{I_{0нн}}{I_{0н}}\right)$ возрастает пропорционально току холостого хода. Средние потери магнитного поля от насыщения оценивались при помощи функционала

$$\varepsilon(T) = \frac{1}{T}\int_0^T \left| \phi_0(\tau) - L_m(i_S + i_R)(\tau) \right| d\tau .$$

Зависимость от параметра γ приведена на рис.I,г.

Очевидно, что модель может быть приближена к реальной модели машины путем более точной аппроксимации кривой намагничивания и с учетом конструктивных особенностей сосредоточенных обмоток. Можно сделать вывод о принципиальной возможности учета насыщения магнитной системы машины в переходных процессах.