

УДК 550.831.01+552.898.01

В.П.ЗАХАРОВ, С.В.ЗАХАРОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СЕМИХ ИСТОЧНИКОВ ДВУХМЕРНЫХ АНОМАЛИЙ ПО МАТЕРИАЛАМ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ И АЭРОМАГНИТНЫХ СЪЕМОК

Все способы определения направления намагниченности и отношения J/G источников произвольной формы, предусматривающие совместное использование гравитационных и магнитных аномалий, базируются на известном выражении С.Пуассона

$$U_1 = - \frac{1}{4\pi} \frac{J}{\rho G} \frac{\partial V}{\partial \lambda},$$

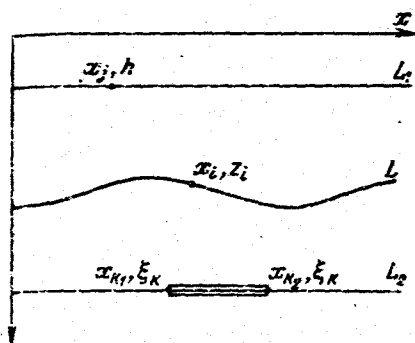
где U_1 - магнитный потенциал; ρ - гравитационная постоянная; G - плотность; J - намагниченность; V - гравитационный потенциал; λ - направление вектора намагниченности.

Для решения этой задачи созданы алгоритмы и программы, предусматривающие использование в качестве исходных данных аномалии Δg и ΔT , в том числе трехмерные, заданные на одной и той же горизонтальной поверхности [2-4]. Однако если эти аномалии получены в результате наземных гравиметрических и аэромагнитных съемок, то, особенно в условиях неглубокого залегания источников полей, допущение с единой плоскости измерения обоих полей становится неправомерным. Для таких условий необходимы специальные алгоритмы и программы решения рассматриваемой задачи. Для двухмерных аномалий такой алгоритм нами разработан в предположении, что маршрут аэромагнитной съемки пройден на постоянной абсолютной высоте.

Пусть гравитационное и магнитное поля заданы в плоскости Oxz с осью Oz , направленной вертикально вниз, причем аномалия Δg задана на кривой L в точках с координатами x_i, z_i ($i = 1, M$), а поле ΔT - на горизонтальной прямой L_1 в точках с координатами x_j, h ($j = 1, N$).

Для решения поставленной задачи прежде всего необходимо, используя заданную на L_1 аномалию $\Delta T(x_j, h)$, получить ее трансформанту на кривой L , пропорциональную $\Delta g(x_i, z_i)$, т.е. так называемую псевдогравитационную аномалию.

Будем считать, что аномалия $\Delta T(x_j, h)$ вызвана совокупностью фиктивных источников, расположенных на горизонтальной плоскости, которая лежит ниже кривой L . Ее след на плоскости Oxz представлен линией L_2 (см. рисунок). Аналогичная аппроксимация используется в современных алгоритмах трансформации гравитационных аномалий, заданных на произвольной физической поверхности [1, 2], причем в качестве фиктивных источников обычно рассмат-



Линии наблюдения при гравиметрической аэромагнитной съемке и расположение фиктивных источников магнитного поля

вносит неоднородность по намагниченности горизонтального слоя. Каждый элемент такого слоя представляет собой вертикальную намагниченную горизонтальную пластину. Для аппроксимации аномалии $\Delta T(x_j, h)$ будем использовать N таких пластин, т.е. столько же, сколько и точек, в которых задано поле $\Delta T(x_j, h)$.

Расположение пластин выберем так, чтобы абсциссы их центров и точек аномалии $\Delta T(x_j, h)$ совпадали, тогда

$$\Delta T(x_j, h) = \frac{\mu_0 \sin I}{2\pi \sin \varphi_0} \sum_{k=1}^N J_k \left[\frac{x_j - x_{k1}}{(x_j - x_{k1})^2 + (\xi - h)^2} - \frac{x_j - x_{k2}}{(x_j - x_{k2})^2 + (\xi - h)^2} \right] \sin \varphi_0 + \left[\frac{\xi - h}{(x_j - x_{k1})^2 + (\xi - h)^2} - \frac{\xi - h}{(x_j - x_{k2})^2 + (\xi - h)^2} \right] \cos \varphi_0 \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - абсолютная магнитная проницаемость вакуума; J_k - индуктивная намагниченность k -й пластины; I - угол нормального магнитного inclination; φ_0 - проекция угла I на плоскость Oxz ; x_{k1}, ξ_k и x_{k2}, ξ_k - координаты соответственно левого и правого краев k -й пластины.

Искомые значения J_k являются решением системы N линейных уравнений (1), которую для краткости запишем в операторной форме:

$$Ax = b, \quad (2)$$

где x - вектор модулей искомых значений намагниченности пластин; b - поле $\Delta T(x_j, h)$; A - линейный оператор, представляющий собой квадратную матрицу $N \times N$ с элементами $a_{jk} = \Delta T(x_j, h, x_k, \xi)$.

В связи с тем, что поле $\Delta T(x_j, h)$ содержит погрешности, нет смысла пытаться получить точное решение системы (2), поэтому будем искать квадратичное приближение к решению, удовлетворяющее условию

$$\|Ax - b\|^2 - \delta^2 = \min, \quad (3)$$

где $\delta^2 = Nm^2$; m - вероятное среднеквадратическое отклонение аномальных значений $\Delta T(x_j, h)$ от точных.

ривается совокупность горизонтальных материальных нитей или горизонтальный кусочно-однородный по плотности слой. Однако такие источники, которые с позиций магниторазведки соответствуют бесконечным по падению пластам, должны создавать псевдотривитационную аномалию, обращающуюся в бесконечность, поэтому с учетом специфики рассматриваемой задачи они не могут быть использованы для аппроксимации аномалии $\Delta T(x_j, h)$.

В связи с изложенным аппроксимацию аномалии $\Delta T(x_j, h)$ предусматривается осуществлять полем двойного ку-

При решении таких задач широко используется их регуляризация. Так как в рассматриваемом случае оператор A является самосопряженным и положительно определенным, то для решения системы (2) в рамках данного алгоритма целесообразно в соответствии с рекомендациями В.И. Старостенко [5] применить регуляризацию по М.М. Лаврентьеву:

$$(A + \alpha_p E)x = b, \quad (4)$$

где α_p - параметр регуляризации; E - единичная матрица.

Значения α_p задаются по закону геометрической прогрессии и по последовательности x_p , удовлетворяющих системе (4), за регуляризованное решение системы (2) принимается такое, которое удовлетворяет условию (3).

Определив таким способом значения намагниченности фиктивных источников, можно вычислить создаваемые последними на физической поверхности Земли аномалии

$$H_\alpha(x, z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1}^N J_k \left[\frac{\xi - z}{(x - x_{k1})^2 + (\xi - z)^2} - \frac{\xi - z}{(x - x_{k2})^2 + (\xi - z)^2} \right],$$

$$Z_\alpha(x, z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1}^N J_k \left[\frac{x - x_{k1}}{(x - x_{k1})^2 + (\xi - z)^2} - \frac{x - x_{k2}}{(x - x_{k2})^2 + (\xi - z)^2} \right].$$

Полученные аномалии будем рассматривать как создание реальным геологическим разрезом. Тогда псевдогравитационная аномалия $U(x, z)$, представляющая собой взятый с обратным знаком магнитный потенциал этого разреза, вертикально намагниченного вектором $J = J_{xz}$, может быть вычислена по формуле

$$U(x, z) = \frac{1}{\mu_0} \int [H_\alpha(x, z) \sin \varphi + Z_\alpha(x, z) \cos \varphi] dx + C,$$

где φ - неизвестный угол наклона к проекции J_{xz} реального вектора J ; C - постоянная интегрирования, выбираемая из условия нормировки

$$U(x, z) \Big|_{x=\pm\infty} = 0.$$

Введя обозначения

$$P_1(x, z) = \frac{1}{\mu_0} \int H_\alpha(x, z) dx;$$

$$P_2(x, z) = \frac{1}{\mu_0} \int Z_\alpha(x, z) dx,$$

можно записать

$$U(x, z) = P_1(x, z) \sin \varphi + P_2(x, z) \cos \varphi + C,$$

где

$$P_1(x, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N J_k \left[\operatorname{arctg} \frac{x - x_{k1}}{\xi - z} - \operatorname{arctg} \frac{x - x_{k2}}{\xi - z} \right];$$

$$P_2(x, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N J_k \ln \frac{(x - x_{k1})^2 + (\xi - z)^2}{(x - x_{k2})^2 + (\xi - z)^2}.$$

Вычислив средние значения функций на дуге $\widehat{ab}$ кривой L :

$$\overline{\Delta g} = \frac{1}{l_{ab}} \int_{\widehat{ab}} \Delta g(x, z) dl; \quad \bar{U} = \frac{1}{l_{ab}} \int_{\widehat{ab}} U(x, z) dl,$$

где dl - дифференциал кривой L и $l_{ab} = \int_{\widehat{ab}} dl$, введем в рассмотрение коэффициент корреляции $r(\varphi)$ аномалий $\Delta g(x, z)$ и $U(x, z)$, а также непосредственно связанный с ним функционал $F(\varphi)$:

$$r(\varphi) = \frac{\int_{\widehat{ab}} (\Delta g(x, z) - \overline{\Delta g})(U(x, z) - \bar{U}) dl}{\sqrt{\int_{\widehat{ab}} (\Delta g(x, z) - \overline{\Delta g})^2 dl \int_{\widehat{ab}} (U(x, z) - \bar{U})^2 dl}};$$

$$F(\varphi) = \int_{\widehat{ab}} (\Delta g(x, z) - \overline{\Delta g})^2 dl \int_{\widehat{ab}} (U(x, z) - \bar{U})^2 dl - \left[\int_{\widehat{ab}} (\Delta g(x, z) - \overline{\Delta g})(U(x, z) - \bar{U}) dl \right]^2.$$

Очевидно, что задача определения угла φ может быть сведена к поиску максимума коэффициента корреляции $r(\varphi)$, но это требует последовательного расчета $r(\varphi)$ для множества дискретно задаваемых значений φ [3]. Однако легко заметить, что максимизация $r(\varphi)$ адекватна минимизации неотрицательного функционала $F(\varphi)$. Существенным является то, что из выражения $\partial F(\varphi) / \partial \varphi = 0$ удастся получить формулу для непосредственного вычисления φ :

$$\varphi_{1,2,3,4} = 0,5 \operatorname{arctg} \frac{2 \left(\int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g}^2 dl \int_{\widehat{ab}} \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 dl - \int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g} \tilde{P}_1 dl \int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g} \tilde{P}_2 dl \right)}{\int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g}^2 dl \int_{\widehat{ab}} (\tilde{P}_2^2 - \tilde{P}_1^2) dl + \left(\int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g} \tilde{P}_1 dl \right)^2 - \left(\int_{\widehat{ab}} \tilde{\Delta g} \tilde{P}_2 dl \right)^2} \pm n \frac{\pi}{2}, \quad (5)$$

где $\tilde{\Delta g} = \Delta g(x, z) - \overline{\Delta g}$; $\tilde{P}_1 = P_1(x, z) - \bar{P}_1$; $\tilde{P}_2 = P_2(x, z) - \bar{P}_2$; $n = 0, 1, 2$.

Коэффициент корреляции рассчитывается только для четырех значений φ , получаемых при использовании формулы (5). В результате находим единственное решение, удовлетворяющее условиям

$$F(\varphi) = \min_{\varphi}; \quad r(\varphi) = \max_{\varphi}.$$

Для вычисления J_{xz}/σ рекомендуется использовать формулу

$$\frac{J_{xz}}{\sigma} = \frac{4\pi f}{n-m} \sum_{i=m}^{n-1} \frac{U(x_{i+1}, z_{i+1}) - U(x_i, z_i)}{\Delta g(x_{i+1}, z_{i+1}) - \Delta g(x_i, z_i)}. \quad (6)$$

Описанный выше алгоритм может быть применен и тогда, когда гравитационное поле представлено более высокими производными потенциала V . В общем случае, если задана производная $\partial^{s+t+1}V/(\partial x^s \partial z^{t+1})$, то вместо функции U следует рассчитывать $\partial^{s+t}U/(\partial x^s \partial z^t)$. Естественно, что P_1 и P_2 тоже должны быть заменены их аналогичными производными порядка $s+t$, тогда для вычисления φ и J_z/σ можно использовать формулы (5) и (6).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аронов В.И. Обработка на ЭВМ значений аномалий силы тяжести при произвольном рельефе поверхности наблюдений. М.: Недра, 1976. 129 с.
2. Гравитразведка / Под ред. Е.А.Мудрецовой, К.Е.Веселова. М.: Недра, 1990. 607 с.
3. Нападенский Г.Б., Шеремет О.Г. Разработка алгоритмов совместного анализа гравитационного и магнитного полей в трехмерном случае // Разведочная геофизика. 1982. Вып. 94. С. 134-146.
4. Серкерев С.А. Корреляционные методы анализа в гравитразведке и магниторазведке. М.: Недра, 1986. 247 с.
5. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова думка, 1978. 227 с.