Записки Санкт-Петербургского горного института имени Г.В.Плеханова.
Т.130. СПб, 1992

К 550.838.01

Ю.П.ГОРЯЧЕВ

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПАРАМЕТРОВ, ВЫЧИСЛЯЕМЫХ В РЕЗУЛЬТАТЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО НЕКОТОРЫМ ТРАНСФОРМАНТАМ МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ

В настоящее время существует большое количество методов интерпретации магнитных аномалий, обзор которых достаточно подробно выполнен в работе [3]. Каждый из предложенных методов обладает специфическими достоинствами и недостатками, роднит же их то, что в результате интерпретации однозначно могут быть локализованы лишь особые точки описывающих изучаемые поля гармонических функций. Определяемые при этом угловые параметры параметры, связанные с намагниченностью аномалеобразующих объектов, во многом будут зависеть от вида используемой функции или, иными словами, от выбора моделей, аппроксимирующих геологический разрез. Рекомендации по использованию этих параметров для аномалий некоторых простейших двухмерных моделей: горизонтального цилиндра, пластов малой и большой мощности и уступа,- можно найти в работе [2]. Как нетрудно показать, две последние из названных моделей являются частными случаями двумерной призмы. Тем не менее, именно для такой обобщающей модели, как призма многоугольного сечения, рекомендаций по использованию параметров, определяемых по трансформантам аномальных полей, в известной нам литературе мы не обнаружили. Отсутствие рекомендаций, на наш взгляд, может привести к незавершенности процесса интерпретации, т.е. неполному использованию информации, полученной в процессе решения обратной задачи.

В качестве примера, подтверждающего высказанное замечание, можно привести результаты интерпретации, изложенные в работе [I]. С разрешения автора этой работы мы приводим один из рисунков, показывающий эффективность программы «Тонкие пласты" при интерпретации графика горизонтального градиента вертикальной составляющей вектора магнитной индукции однородно намагниченно шестиугольной призмы (рис.I,а и б). Аппроксимация разреза велась безграничными по падению пластовыми телами малой мощности и, как видно из представленного рисунка, определенные координаты их верхних кромок достаточно близко совпадают с координатами угловых точек исходной модели. Между тем говорить о принадлежности полученных пластовых тел единому объекту автор работы [I] не вправе, так как вычисленные для них магнитные моменты различаются более чем в два раза. Таким образом, из-за отсутствия рекомендаций по использованию вышеназванных параметров ему не удалось полностью использовать полученные данные для обоснованного восстановления аномалеобразующего объекта, даже при таком благоприятном случае, когда форма тела заранее известна.

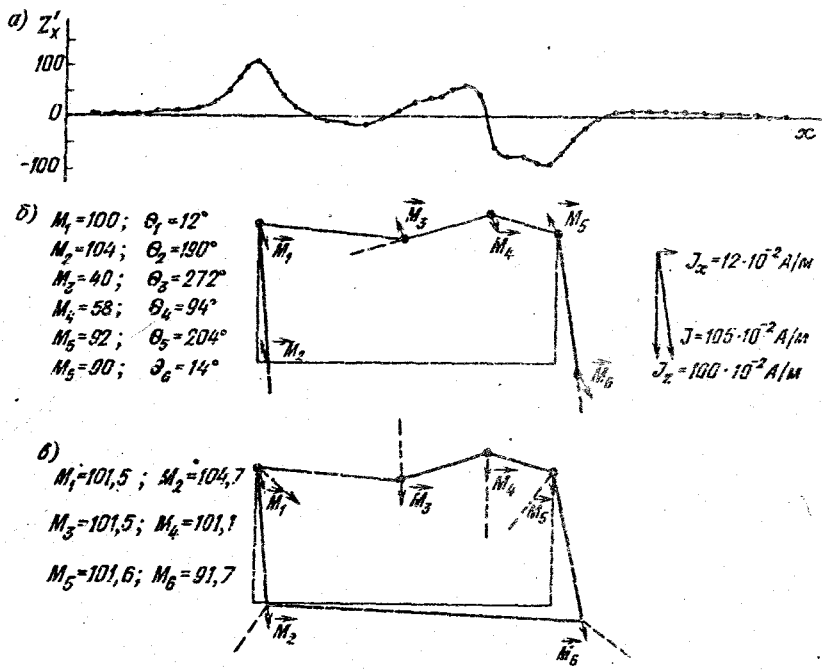


Рис.1. Восстановление формы аномалеобразующих тел с помощью параметров, определяемых на основе аппроксимации магнитных аномалий дробно-рациональными функциями: а – исходное поле; б – истолкование параметров по Г.Г.Кравцову [1]; в – истолкование параметров с использованием формулы (7)

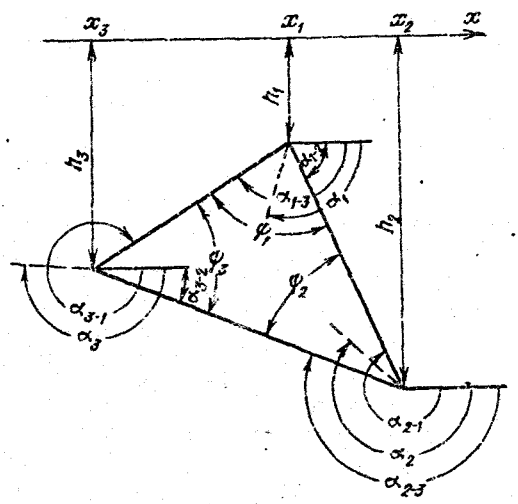


Рис.2. Схема к выводу формулы (2)

Отсутствие рекомендаций по использованию параметров, вычисляемых в результате интерпретации магнитных аномалий вышеназванных моделей, можно объяснить тем, что существующие аналитические выражения, описывающие магнитные поля двухмерных призм, выводились при преобладающей тенденции создания наиболее рациональной вычислительной схемы для решения прямой задачи. Следовательно, для ликвидации этого пробела необходимо получить аналитические выражения в таком виде, в котором смысл определяемых в результате решения обратной задачи параметров был бы очевиден.

Как известно, магнитная аномалия двухмерной треугольной призмы может быть получена как разность магнитных полей двух одинаково намагниченных пластовых тел большой мощности. Аналитическое выражение, например, поля ΔT, исходя из вышесказанного и с учетом условных обозначений рис.2, может быть представлено в виде

$$\Delta T = \mathcal{J} c \left\{ \sin\gamma_1 \left[\cos\varepsilon_1 \left(\operatorname{arctg}\frac{x-\xi_1}{\zeta_1} - \operatorname{arctg}\frac{x-\xi_2}{\zeta_2} \right) + \right.\right.$$

$$+ 0{,}5 \sin\varepsilon_1 \ln \frac{(x-\xi_2)^2+\zeta_2^2}{(x-\xi_1)^2+\zeta_1^2} \Big] - \sin\gamma_2 \left[\cos\varepsilon_2 \left(\operatorname{arctg}\frac{x-\xi_3}{\zeta_3} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \operatorname{arctg}\frac{x-\xi_2}{\zeta_2} \right) + 0{,}5 \sin\varepsilon_2 \ln \frac{(x-\xi_2)^2+\zeta_2^2}{(x-\xi_3)^2+\zeta_3^2} \right] \Big\}, \qquad (I)$$

$$\gamma_1 = \alpha_{1\to 3} - \alpha_{1\to 2}; \quad \varepsilon_1 = 90^\circ - \varphi - \varphi_0 + \alpha_{1\to 3} + \alpha_{1\to 2};$$

$$\gamma_2 = \alpha_{1\to 3} - \alpha_{3\to 2}; \quad \varepsilon_2 = 90^\circ - \varphi - \varphi_0 + \alpha_{1\to 3} + \alpha_{3\to 2};$$

$$c = \mu_0 \sin i \sin I / (4\pi \sin\varphi \sin\varphi_0),$$

где $\mathcal{J}$ - намагниченность призмы; i и I - углы наклонения векторов соответственно намагниченности и современного намагничивающего поля; φ и φ_0 - проекции этих углов на плоскость $x0z$; μ_0 - абсолютная магнитная проницаемость вакуума; ε и ξ - координаты углов призмы.

Выполнив перегруппировку членов выражения (I) в соответствии с индексами при координатах угловых точек и осуществив несложные тригонометрические преобразования, получим

$$\Delta T = \mathcal{J} c \sum_{j=1}^{3} \sin\beta_j \left[\cos(\varepsilon_j + \alpha_j) \operatorname{arctg}\frac{x-\xi_j}{\zeta_j} - 0{,}5 \sin(\varepsilon_j + \alpha_j) \ln\left((x-\xi_1)^2+\zeta_j^2\right) \right], \qquad (2)$$

$$\beta_j = \alpha_{j-1} - \alpha_j; \quad \alpha_j = 0{,}5\,(\alpha_{j-1} + \alpha_j), \quad j = \overline{2,3};$$

$$\beta_j = \alpha_3 + \pi - \alpha_j; \quad \alpha_j = 0{,}5\,(\alpha_3 + \pi + \alpha_j), \quad j = 1,$$

где β_j - внутренний угол призмы при j-й вершине; α_j - угол, определяющий положение биссектрисы внутреннего угла призмы при j-й вершине; $\varepsilon_j = 90^\circ - \varphi - \varphi_0 + \alpha_j$.

На первый взгляд, в выражении (2) наблюдается некоторое несоответствие, так как под знаком arctg стоит отношение размерных величин, т.е. величина безразмерная, в то время как размерность выражения, стоящего под знаком логарифма, сохраняется. На самом деле, никакого несоответствия нет. Для доказательства этого рассмотрим второй член выражения (2), стоящий под знаком суммы, обозначив его символом L:

$$L = \sum_{j=1}^{3} 0{,}5 \sin\beta_j \sin(\varepsilon_j + \alpha_j) \ln\left[(x-\xi_j)^2+\zeta_j^2\right] =$$

$$= 0{,}5 \sum_{j=1}^{3} \sin\beta_j \sin(\varepsilon_j + \alpha_j) \ln\left[k^2\left((\tilde{x}-\tilde{\xi}_j)^2+\tilde{\zeta}_j^2\right)\right], \qquad (3)$$

где k - масштабный множитель линейных величин $\tilde{\xi}_j$ и $\tilde{\zeta}_j$.

Очевидно, что выражение (3) может быть представлено в виде двух сумм, одна из которых

$$\ln k \sum_{j=1}^{3} \sin\rho_j \sin(\varepsilon_j + \alpha_j) \equiv 0 .$$

Исходя из того, что многоугольную призму можно рассматривать как совокупность треугольных призм, аналитическое выражение поля такой слабомагнитной модели примет вид

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n-2} \Delta T_i , \qquad (4)$$

где n – число вершин призмы; i – номер элементарной треугольной призмы.

Подставив в уравнение (4) выражение (2) и выполнив очевидные преобразования, получим аналитическое выражение поля двухмерной многоугольной призмы

$$\Delta T = J c \sum_{j=1}^{n} \sin\rho_j \left[\cos(\varepsilon_j + \alpha_j) \operatorname{arctg} \frac{x - \xi_j}{\zeta_j} - 0{,}5 \sin(\varepsilon_j + \alpha_j) \ln \left((x + \xi_j)^2 + \zeta_j^2 \right) \right] . \qquad (5)$$

Используя принципы, изложенные в работе [2], несложно, имея (5), получить аналитические выражения для ортогональных составляющих вектора магнитной индукции. Например, вертикальная составляющая магнитного поля многоугольной двухмерной призмы

$$Z_a = J c_1 \sum_{j=1}^{n} \sin\rho_j \left[\cos(\vartheta_j + \alpha_j) \operatorname{arctg} \frac{x - \xi_j}{\zeta_j} - 0{,}5 \sin(\vartheta_j + \alpha_j) \ln \left((x - \xi_j)^2 + \zeta_j^2 \right) \right] , \qquad (6)$$

где $c_1 = \mu_0 \sin i / 4\pi \sin\varphi$; $\vartheta_j = \alpha_j - \varphi$.

Так как в работе [1] для интерпретации использовались значения горизонтального градиента вертикальной составляющей вектора магнитной индукции, продифференцируем уравнение (6) по x:

$$\frac{\partial z_a}{\partial x} = J c_1 \sum_{j=1}^{n} \sin\rho_j \left[\frac{\zeta_j \cos(\vartheta_j + \alpha_j) - (x - \xi_j) \sin(\vartheta_j + \alpha_j)}{\zeta_j^2 + (x - \xi_j)^2} \right] . \qquad (7)$$

Как нетрудно заметить, выражение (7) аналогично по своему виду аналитическому выражению, описывающему внешнее поле Z_a совокупности пластовых тел малой мощности, верхние кромки которых совпадают с вершинами призм в плоскости $x0z$. Однако каждый из пластов, несмотря на однородное и одинаково направленное намагничение всей призмы в целом, будет обладать различными по величине и направлению магнитными моментами. Подтверждение вышесказанного иллюстрируется рис.I,в, на котором приведены результаты решения обратной задачи по полю $Z'_{a(x)}$.

Вместе с тем исследование выражений (5)–(7) позволяет сформулировать ряд рекомендаций по использованию параметров, вычисляемых в результате решения обратной задачи по материалам магнитных съемок. Например, в случае интерпретации графиков горизонтального градиента поля Z_a эти рекомендации могут быть сформулированы следующим образом:

I. Пластовые тела малой мощности, принадлежащие одной и той же призме, должны совпадать с биссектрисами ее внутренних углов.

Исходя из того, что символом θ_j в работе [I] обозначается согласно (7) выражение $\vartheta_j + \alpha_j$, угол падения j-го пласта

$$\alpha_j = 0{,}5(\varphi + \theta_j). \qquad (8)$$

Итак, первое из сформулированных условий выполнено (см. рис.I,в).

2. Для пластовых тел малой мощности, принадлежащих одной и той же призме, должно выполняться равенство

$$\tilde{M} = \frac{M_1}{\sin\beta_1} = \frac{M_2}{\sin\beta_2} = \ldots = \frac{M_j}{\sin\beta_j} = \ldots = \frac{M_n}{\sin\beta_n}. \qquad (9)$$

Приведенные согласно выражению (9) значения магнитных моментов пластовых тел подтверждают предположение об едином аномалеобразующем объекте (см. рис.I,в).

Сформулированные выше положения, естественно, справедливы и для поля ΔT, надо лишь помнить, что определяемый угол α_j необходимо по формуле

$$\alpha_j = 0{,}5(\varphi + \varphi_0 - 90^\circ + \theta_j). \qquad (10)$$

В заключение заметим, что полученные выражения, описывающие магнитные аномалии различных составляющих поля, могут быть с успехом использованы и для решения прямой задачи. В случае решения этой задачи на ЭВМ имеет смысл выразить некоторые угловые величины, входящие в приведенные выше выражения, через координаты вершин призмы:

$$x_{n+1} = x_1; \quad h_{n+1} = h_1;$$

$$\alpha_{j\to(j+1)} = \operatorname{arctg}\left[(h_{j+1} - h_j)/(x_{j+1} - x_j)\right]\Big|_1^n;$$

$$\alpha_{(j+1)\to j} = \alpha_{j\to(j+1)} + \pi\Big|_1^n, \quad \alpha_{(n+1)\to n} = \alpha_{1\to n};$$

$$\beta_1 = \alpha_{1\to n} - \alpha_{1\to 2}, \quad \alpha_1 = 0{,}5(\alpha_{1\to n} - \alpha_{1\to 2}),$$

$$\beta_j = \alpha_{j-1} - \alpha_{j+1}\Big|_2^n, \quad \alpha_j = 0{,}5(\alpha_{j-1} + \alpha_{j+1})\Big|_2^n.$$

Дальнейшее построение алгоритма расчетов теоретических магнитных полей от объектов, которые можно рассматривать в виде совокупности призматических тел, очевидно и дальнейших пояснений не требует. Добавим только, что такие программы для ЭВМ различных типов нами составлены и успешно эксплуатируются.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кравцов Г.Г. Определение параметров намагниченных тел на основе аппроксимации наблюденных магнитных аномалий дробно-рациональными функциями // Вопросы геофизики. 1986. Вып. 31. С. 115-127.

2. Логачев А.А., Захаров В.П. Магниторазведка. Л.: Недра, 1979. 351 с.

3. Трошков Г.А., Гроздова А.А. Математические методы интерпретации магнитных аномалий. М.: Недра, 1985. 181 с.