

УДК 622.245.3

В.К.ЧИСТЯКОВ, В.А.ЧУГУНОВ
(Санкт-Петербургский горный ин-т)

АНАЛИЗ ПРОЦЕССА КОНТАКТНОГО ПЛАВЛЕНИЯ ПРИ БУРЕНИИ СКВАЖИН
ДЛЯ СРЕД С НЕЛИНЕЙНЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ И РЕОЛОГИЧЕСКИМИ
ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В основе технологии бурения скважин плавлением лежат нетрадиционные, чисто физические способы разрушения и закрепления горных пород, связанные с изменением их агрегатного состояния в результате интенсивного нагрева в зоне забоя. Отличительными особенностями этой новой технологии являются высокая концентрация в призабойной зоне скважины тепловой энергии, эффективная передача ее к поверхности плавления забоя при температурах, превышающих температуру агрегатного перехода (плавления) горной породы, с целью обеспечения заданной скорости продвижения фронта плавления; современное удаление из зоны забоя образующегося при плавлении расплава горной породы; формирование из части расплава, застывающего на стенках скважины и керна, твердой и непроницаемой остеклованной оболочки, способной при известных условиях заменить обсадную колонну, предотвратить поглощения и притоки флюидов, обеспечить высокое качество опробования.

Благодаря специфическим особенностям бурения скважин в настоящее время более широкое практическое применение получала технология контактного плавления пород, основанная на передаче тепловой энергии от твердой поверхности забойного нагревательного устройства к плавящей поверхности забоя через образующийся между ними подвижный слой расплава горной породы [3].

Большинство теоретических исследований явлений тепломассопереноса, лежащих в основе технологических процессов, связанных с контактным плавлением твердых тел, выполнено при постоянных значениях физических и теплофизических параметров, характеризующих их твердой и жидкое состояние, осредненных для широкого интервала температур [1, 4, 5, 7]. Однако имеющиеся экспериментальные данные [3, 6, 7] позволяют считать, что при температурах, близких к температурам агрегатного перехода, свойства горных пород и их расплавов, представляющие собой обычно полиминеральные многокомпонентные системы преимущественно силикатного состава, могут существенно зависеть как от температуры, так и от давления. Особенно это относится к реологическим свойствам расплавов, где эта зависимость существенно нелинейна в широком диапазоне температур плавления пород. Все это предопределяет возможные значительные погрешности при исследовании задач тепломассопереноса в линейной постановке.

Для анализа процесса контактного плавления при бурении скважин для оруд с нелинейными теплофизическими и реологическими характеристиками уточним рассмотренную в работах [3-5] математическую модель процесса теплообмена при бурении скважин плавлением, предполагая, что теплофизические параметры среды являются функциями температуры и давления, а слой расплава породы представляет собой несжимаемую жидкость со сложной реологией.

Рассмотрим наиболее важный с практической точки зрения установившийся режим бурения с постоянной скоростью углубки забоя $V = \text{const}$. Полная математическая модель процесса бурения плавлением предполагает [3-5] совместное решение уравнений, описывающих процессы теплообмена в криволинейном слое расплава и распределение температуры в нагревательном устройстве и в окружающем призабойную часть скважины массиве горных пород.

Так как бурение скважин плавлением может происходить как сплошным забоем, так и кольцевым с отбором керна, то рабочую поверхность забойного нагревательного устройства в самом общем виде можно представить для первого случая как поверхность с осевой симметрией, полученную при вращении образующей вокруг оси скважины, и для второго случая как криволинейную кольцевую поверхность, один из размеров которой достаточно велик по сравнению с двумя другими характерными размерами.

Введем (рис.1) связанные с нагревательным устройством осесимметричного типа системы цилиндрических (для второго типа поверхностей плоских

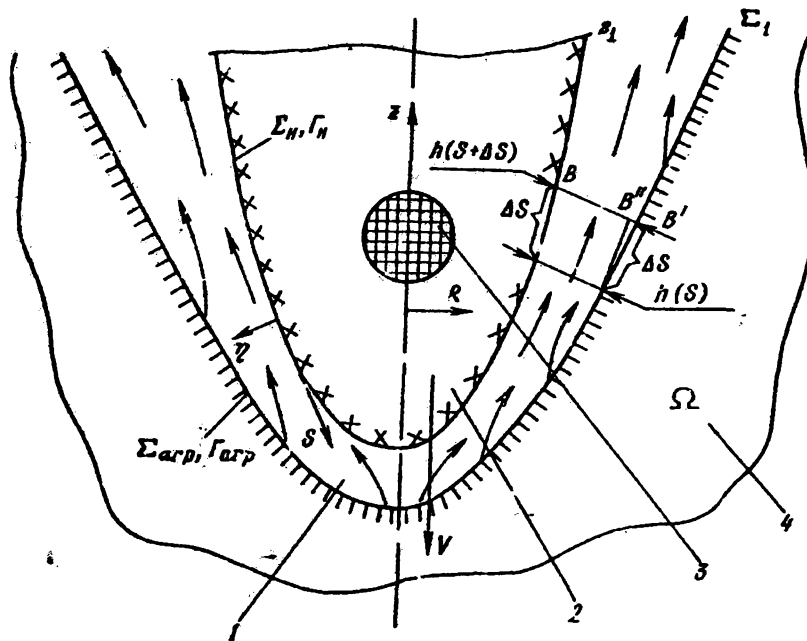


Рис.1: Схема процесса контактного плавления при бурении скважины
1 - слой расплава горной породы; 2 - нагревательное устройство; 3 - теплоизолирующий элемент; 4 - горная порода

декартовых) r, z и криволинейных s, η координат, а также следующие обозначения: $\Sigma_{\text{агр}}$, $\Gamma_{\text{агр}}$ — поверхность плавления и образующая этой поверхности; $\Sigma_{\text{н}}$, $\Gamma_{\text{н}}$ — поверхность нагревательного устройства и ее образующая; Σ_1 — поверхность застывающего на стенках скважины и зерна расплава горной породы; $t_{\text{н}}$ — температура рабочей поверхности нагревательного устройства; $t_{\text{агр}}$ — температура плавления породы; G — удельная внешняя нагрузка, приложенная к нагревательному устройству и рассчитанная на единицу площади его среднего сечения; l — характерный размер нагревательного устройства; h — толщина слоя расплава; s_1 и s_2 — граничные точки образующей рабочей поверхности нагревательного устройства.

Введем следующие безразмерные переменные и характеристики:

$$S = \frac{s}{l}; \quad \eta = \frac{\xi}{h}; \quad R = \frac{r}{l}; \quad Z = \frac{z}{l}; \quad u_s = \frac{v_s}{v_0}; \quad u_\eta = \frac{v_\eta}{V} \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{т}}};$$

$$K_h = \frac{h_0}{l}; \quad P = \frac{p}{G}; \quad H = \frac{h}{h_0}; \quad \theta_{\text{ж}} = \frac{(t_{\text{ж}} - t_{\text{агр}})}{(t_{\text{агр}} - t_{\infty})};$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu(\eta, t_{\text{ж}})}{\mu(\eta_0, t_{\text{агр}} - t_{\infty})}; \quad (\bar{\tau}_{ss}, \bar{\tau}_{s\eta}, \bar{\tau}_{\eta\eta}) = \frac{(\tau_{ss}, \tau_{s\eta}, \tau_{\eta\eta})h}{v_0 \mu(\eta_0, t_{\text{агр}} - t_{\infty})},$$

где ξ — расстояние, измеряемое по нормали к $\Gamma_{\text{н}}$ в направлении к поверхности плавления; $z_{\text{н}}$ — высота нагревательного устройства; v_s и v_η — соответственно продольная и поперечная составляющие скорости течения расплава; v_0 и h_0 — неизвестные пока масштабы продольной скорости течения и толщины слоя расплава; p — давление в слое расплава; ρ , t , μ — характерные значения плотности, температуры, коэффициента динамической вязкости среды; η_0 — характерный масштаб η , $\eta = \sqrt{2} \Pi_0$, Π_0 — второй инвариант тензора скоростей деформации; τ_{ss} , $\tau_{s\eta}$, $\tau_{\eta\eta}$ — касательные составляющие вязких напряжений в слое расплава; индексы н, т, ж, агр, ∞ — относятся соответственно к нагревательному устройству, горной породе, расплаву, агрегатному переходу и к массиву горных пород в бесконечно удаленных точках.

Исследуя общие уравнения неразрывности и движения расплава в безразмерных координатах с помощью методов теории подобия и анализа размерностей, находим следующие зависимости для масштабов v_0 и h_0 :

$$v_0 = \frac{V l \rho_{\text{т}}}{h_0 \rho_{\text{ж}}}; \quad (1)$$

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{V \rho_{\text{т}} \mu [(V l \rho_{\text{т}} / h_0^2 \rho_{\text{ж}}), t_{\text{агр}}]}{l^4 \rho_{\text{ж}} G}}. \quad (2)$$

С помощью выражений (1) и (2) определяем три основных безразмерных комплекса, характеризующих перенос массы и импульса в слое расплава

$$K_g = \frac{\rho_{\text{ж}} g l}{G};$$

$$Re = \frac{V l \rho_T K_h}{\mu [(V \rho_T / l \rho_{ж} K_h^2), t_{агр}]};$$

$$K_h^3 = \frac{V \rho_T \mu [(V \rho_T / l \rho_{ж} K_h^2), t_{агр}]}{l \rho_{ж} G}.$$

Аналогичный анализ уравнений сохранения энергии в слое расплава позволяет определить еще два характерных безразмерных комплекса

$$Re_{ж} = \frac{V l}{a_{ж}^0}; \quad Br = \frac{G Re_{ж} K_h}{c_{ж}^0 \rho_{ж} (t_{агр} - t_{\infty})},$$

где Re - критерий Пекле; Br - число Бринкмана, характеризующее диссипативный разогрев движущегося расплава; $a_{ж}^0$ и $c_{ж}^0$ - соответственно характерные значения коэффициентов температуропроводности и теплоемкости расплава.

Как показал анализ, проведенный в работе [3], безразмерные комплексы K_g , Re , K_h , Br во многих случаях относительно малы, а для условий бурения плавлением горных пород их значения находятся в следующих пределах: $K_g \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$; $Re \approx 10^{-7} \div 10^{-6}$; $K_h \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$; $Br \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$.

Это означает, что в уравнениях переноса массы и импульса можно пренебречь величинами порядка $O(K_g, Re, K_h)$, а в уравнении энергии - величинами порядка $O(Br)$. Тогда после соответствующих преобразований в рамках выбранной точности система уравнений, описывающая телломассоперенос в слое расплава, может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{1}{R_H^{\nu}} \frac{\partial}{\partial s} (R_H^{\nu} H u_s) + \frac{\partial u_s}{\partial \eta} = 0; \quad (3)$$

$$H^2 \frac{dP}{ds} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\bar{\mu} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial u_s}{\partial \eta}, \theta_{ж} \right) \frac{\partial u_s}{\partial \eta} \right]; \quad (4)$$

$$Re_{ж} K_h \bar{c}_{ж} \left(u_s \frac{\partial \theta_{ж}}{\partial s} + \frac{u_{\eta}}{H} \frac{\partial \theta_{ж}}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\bar{\lambda}_{ж} \frac{\partial \theta_{ж}}{\partial \eta} \right), \quad (5)$$

где $\nu = I$ - соответствует осесимметричной, $\nu = 0$ - плоской картине течения расплава, характерных соответственно для бурения сплошным или кольцевым забоем; $\bar{c}_{ж} = c_{ж} / c_{ж}^0$; $\bar{\lambda}_{ж} = \lambda_{ж} / \lambda_{ж}^0$; $\lambda_{ж}^0$ - характерное значение коэффициента теплопроводности расплава.

Граничные условия для системы уравнений (3)-(5) определяются особенностями конкретной технической реализации процесса контактного плавления, но при этом остаются без изменения условия на рабочей поверхности нагревательного устройства ($\eta = 0$) и на поверхности плавления забоя ($\eta = I$), которые с точностью до величины $O(K_h)$ можно записать в следующем виде:

при $\eta = 0$, $u_s = u_{\eta} = 0$

$$\theta_{ж}|_{\eta=0} = \theta_H - \frac{\bar{\lambda}_{ж}}{K_h H} \frac{\partial \theta_{ж}}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = a_H; \quad (6)$$

при $\eta = 1$, $u_s = 0$, $u_\eta = dR_H/dS$

$$\theta_{\text{ж}} \Big|_{\eta=1} = 0; -\frac{\bar{\lambda}_{\text{ж}}}{K_h H} \frac{\partial \theta_{\text{ж}}}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = K_L \text{Pe}_{\text{ж}} \frac{dR_H}{dS} + Q_T, \quad (7)$$

где $K_L = L/c_{\text{ж}}(t_{\text{агр}} - t_{\infty})$; L - открытая теплота агрегатного перехода; θ_H - приведенная температура рабочей поверхности нагревателя, $\theta_H = (t_H - t_{\text{агр}})/(t_{\text{агр}} - t_{\infty})$, θ_H - приведенная плотность теплового потока, подводимого к Σ_H со стороны нагревательного устройства; Q_T - безразмерная плотность теплового потока, поступающего в твердый массив горных пород со стороны плавящего забоя.

Значения величин θ_H , $\theta_{\text{ж}}$, Q_T находятся при решении задач о распределении температуры в нагревательном устройстве и в окружающем забой массиве твердых горных пород.

Полученные дифференциальные уравнения и граничные условия могут служить основой для построения замкнутых математических моделей с нелинейными свойствами сред для условий, при которых $K_h \ll 1$.

Введем дополнительную функцию $w(x, t)$, обратную функции $x\varphi(x, t)$ и преобразуем уравнение (2) к следующему виду

$$w(K_h G) = V\rho_T/\rho_{\text{ж}} lK_h^2 \quad (8)$$

С учетом выражения (8) из уравнения (4) получим

$$\frac{1}{H} \frac{\partial u_s}{\partial \eta} = W \left[-H \frac{dP}{dS} (\eta - \eta_0), \theta_{\text{ж}} \right] \text{sign}(\eta - \eta_0), \quad (9)$$

где $W(x, \theta_{\text{ж}}) = w(K_h G, t_{\text{ж}})/w(K_h G, t_{\text{агр}} - t_{\infty})$; η_0 - точка для $\partial u_s/\partial \eta = 0$.

Из уравнений (3) и (9) с граничными условиями (6) и (7) получим

$$u_s = H \int_0^1 W \left[-H \frac{dP}{dS} (\eta - \eta_0), \theta_{\text{ж}} \right] \text{sign}(\eta - \eta_0) d\eta; \quad (10)$$

$$u_\eta = \frac{1}{R^v} \frac{\partial}{\partial S} \left\{ H^2 R^v \int_0^1 W \left[-H \frac{dP}{dS} (\eta - \eta_0), \theta_{\text{ж}} \right] (1 - \eta) \text{sign}(\eta - \eta_0) d\eta \right\}, \quad (11)$$

где константа η_0 определяется из соотношения

$$\int_0^1 W \left[-H \frac{dP}{dS} (\eta - \eta_0), \theta_{\text{ж}} \right] \text{sign}(\eta - \eta_0) d\eta = 0. \quad (12)$$

Из уравнения (11) после интегрирования по S с учетом условия (7) получим следующее нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка для функции $P(S)$:

$$\frac{R^{v+1} - R_{\text{ж}}^{v+1}}{(v+1)H^2 R^v} = \int_0^1 W \left[-H \frac{dP}{dS} (\eta - \eta_0), \theta_{\text{ж}} \right] \text{sign}(\eta - \eta_0) d\eta. \quad (13)$$

Будем считать, что на уровне концов образующей поверхности $\Sigma_{\text{ж}}$ поддерживаются заданные значения давления $p(s_1) = p_1$ и $p(s_2) = p_2$. Это по-

звolyет определить константу для интегрирования уравнения (13) и найти значение $R_{\text{ж}}$, представляя ее как точку разветвления потока расплава при $R_{\text{ж}} \in [R_{\text{н}}(s_1), R_{\text{н}}(s_2)]$, где $dP/dS = 0$ ($u_s = 0$).

Далее, подставляя уравнение (10) и (11) в уравнение энергии (5), получаем интегродифференциальное уравнение для определения $\theta_{\text{ж}}$, в котором граничные условия по координате η задаются соотношениями (6) и (7). Граничное условие по координате S выбирается, исходя из необходимости ограничения производной $\partial \theta_{\text{ж}} / \partial S$, так как в точке $R = R_{\text{ж}}$ уравнение (13) вырождается.

Учитывая, что осевая нагрузка, приложенная со стороны рабочей поверхности нагревательного устройства к слою расплава для его выдавливания, уравновешивается силами внутреннего напряжения в самом расплаве, которые с точностью до слагаемых порядка $O(K_{\text{л}})$ представлены силами трения, можно записать дополнительное условие

$$1 = \frac{2}{R_2^2(s_2) - R_1^2(s_1)} \int_1^2 R P \frac{dR}{dS} dS. \quad (14)$$

Для случая, когда рабочая поверхность нагревательного устройства изотермическая ($\theta_{\text{н}} = \text{const}$) и имеет форму параболы, а расплав горной породы является жидкостью, реологические свойства которой описываются степенным реологическим уравнением, построенная система интегродифференциальных уравнений после преобразований приводится к системе конечных уравнений, удобных для инженерных расчетов.

Пусть

$$\bar{\mu} = (K(\theta_{\text{ж}})/H^{c-1}) / \left| \frac{\partial u_s}{\partial \eta} \right|^{c-1}.$$

Тогда, преобразуя уравнения (10) и (11), получим

$$u_s = \int_0^{\eta} \left| \frac{\eta_0 - \eta}{K(\theta_{\text{ж}})} \right|^{1/c} \text{sign}(\eta_0 - \eta) d\eta H^{1+1/c} \left(-\frac{dP}{dS} \right)^{1/c} \quad (15)$$

$$u_{\eta} = -\frac{dR}{dS} \frac{1}{P} \varphi(\eta), \quad (16)$$

где

$$D = - \int_0^1 \left| \frac{\eta_0 - \eta}{K(\theta_{\text{ж}})} \right|^{1/c} \eta \text{sign}(\eta_0 - \eta) d\eta;$$

$$\varphi(\eta) = \eta \int_0^{\eta} \left| \frac{\eta_0 - \eta}{K(\theta_{\text{ж}})} \right|^{1/c} \text{sign}(\eta_0 - \eta) d\eta - \int_0^{\eta} \left| \frac{\eta_0 - \eta}{K(\theta_{\text{ж}})} \right|^{1/c} \eta \text{sign}(\eta_0 - \eta) d\eta.$$

Точка η_0 определяется из соотношения

$$\int_0^1 \left| \frac{\eta_0 - \eta}{K(\theta_{\text{ж}})} \right|^{1/c} \text{sign}(\eta_0 - \eta) d\eta = 0. \quad (17)$$

Краевая задача для температуры $\theta_{ж}$ в соответствии с уравнением (5) и граничными условиями (7) примет следующий вид:

$$\frac{\bar{c}_{ж} \varphi(\eta) K_h \text{Pe}_{ж} H_0}{D} \frac{d\theta_{ж}}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(\lambda_{ж} \frac{d\theta_{ж}}{d\eta} \right); \quad (18)$$

$$\theta_{ж}|_{\eta=1} = 0, \quad -\frac{\lambda_{ж} \partial \theta_{ж}}{K_h H_0 \partial \eta} \Big|_{\eta=1} = B, \quad (19)$$

где H_0 , B - константы [3], $B = K(\theta_{ж}) \text{Pe}_{ж} + \alpha_{\tau}$; $\bar{c}_{ж} = c_{ж} \sqrt{\frac{dR}{dS}}$; $H_0 = H \frac{dR}{dS}$

Для вычисления функции $P(S)$ из уравнения (13) находим следующее выражение:

$$P = \frac{1}{H_0^{2c+1} D^c} \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R^{\nu+1} - R_{ж}^{\nu+1}}{(\nu+1) R^{\nu}} \right)^c \left(\frac{dR}{dS} \right)^{2c} \text{sign}(R - R_{ж}) dR, \quad (20)$$

а константу H_0 определяем из дополнительного условия (14)

$$H_0^{2c+1} = \frac{1}{D^c (R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R^{\nu+1} - R_{ж}^{\nu+1}}{(\nu+1) R^{\nu}} \right)^c \left(\frac{dR}{dS} \right)^{2c} R^2 \text{sign}(R - R_{ж}) dR. \quad (21)$$

Для практических расчетов основных характеристик процесса контактного плавления горных пород при бурении скважин с помощью полученной системы уравнений разработан и реализован на ЭВМ алгоритм численного расчета. В качестве примера на рис.2-4 представлены результаты вычислений, выполненных для условий плавления пород типа базальтов со следующими свойствами: $\rho_{\tau} = 1800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{ж} = 2400 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_{\tau} = 1,3 \text{ Вт/(м} \cdot ^\circ\text{C)}$, $\lambda_{ж} =$

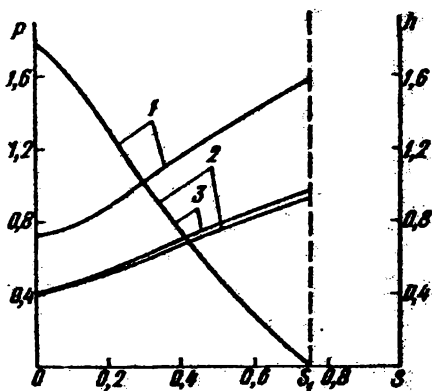


Рис.2. Распределение давления P и толщины слоя расплава h вдоль рабочей поверхности нагревательного устройства

- 1 - $\mu = \text{const}$; $c = 1$; $\lambda_{ж} = \text{const}$;
- 2 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $c = 1$; $\lambda_{ж} = \text{const}$;
- 3 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $c = 0,5$; $\lambda_{ж} = \lambda_{ж\tau} + \rho(t - t_{ж\tau})^{0,5}$

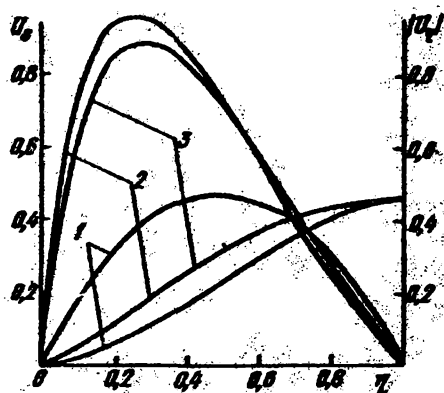


Рис.3. Скоростные профили в слое расплава

- 1 - $\mu = \text{const}$; $c = 1$; $\lambda_{ж} = \text{const}$;
- 2 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $c = 1$; $\lambda_{ж} = \text{const}$;
- 3 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $c = 0,5$; $\lambda_{ж} = \lambda_{ж\tau} + \rho(t - t_{ж\tau})^{0,5}$

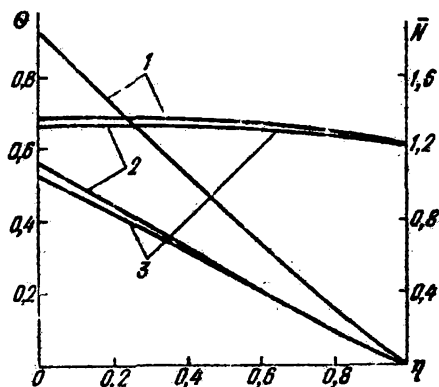


Рис.4. Распределение температуры θ и суммарного теплового потока N по толщине слоя расплава
1 - $\mu = \text{const}$; $\epsilon = 1,0$; $\lambda_{\text{ж}} = \text{const}$;
2 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $\epsilon = 1,0$; $\lambda_{\text{ж}} = \text{const}$;
3 - $\mu = k_0 \exp(E/RT)$; $\epsilon = 0,8$; $\lambda_{\text{ж}} = \lambda_{\text{жгр}} + \rho(t - t_{\text{жгр}})^n$

$= 1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°С)}$; $c_{\text{т}} = 1200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°С)}$,
 $c_{\text{ж}} = 1100 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°С)}$, $t_{\infty} = 20 \text{ °С}$,
 $t_{\text{жгр}} = 1100 \text{ °С}$, $G = 122,4 \text{ кН/м}^2$,
 $L = 185000 \text{ Дж/кг}$. При этом исследовались три модели расплава: 1 - ньютоновская модель с постоянной вязкостью и теплопроводностью, $\mu = \text{const}$, $\epsilon = 1$, $\lambda_{\text{ж}} = \text{const}$; 2 - ньютоновская модель с вязкостью, зависящей от температуры по закону $\mu = k_0 \exp(E/RT)$, $\epsilon = 1$, теплопроводность расплава постоянна ($\lambda_{\text{ж}} = \text{const}$); 3 - нелинейно-степенная модель с реологическим законом Енда $\mu = k_0 \exp(E/RT)$, $\epsilon = 0,8$, с теплопроводностью, зависящей от температуры по закону $\lambda_{\text{ж}} = \lambda_{\text{жгр}} + \rho(t - t_{\text{жгр}})^n$

Как видно из рис.2, распределе-

ние давления вдоль рабочей поверхности нагревателя практически не зависит от характера реологических и теплофизических свойств расплава, в то время как на толщину слоя расплава это влияние существенно.

На рис.3 показано, как меняются составляющие вектора скорости течения расплава по толщине его слоя. Видно, что продольная составляющая скорости v_x в большей степени зависит от характера связи реологических свойств расплава с температурой, чем поперечная составляющая v_y . Если вязкость расплава зависит от температуры, то профиль для v_x по толщине расплава перестает быть параболическим.

Распределение температуры по толщине слоя расплава, особенно вблизи рабочей поверхности нагревателя, существенно зависит от реологии расплава и в меньшей степени от нелинейности его теплофизических свойств (рис.4). Однако для приведенного суммарного теплового потока $Q_{\text{т}}$ эта зависимость незначительна.

Анализ реальных свойств различных расплавов горных пород, зависящих в первую очередь от температуры, позволяет в каждом конкретном случае бурения плавлением выделять режимы, обеспечивающие минимальные потери тепловой энергии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маюлемми В. Плавление материала вокруг перемещающегося теплового источника // Теплопередача: Труды американского общества инженеров-механиков. 1985. Т. 107, № 2.
2. Чернов А.В. Определение жидкой прослойки под дугой // Изв. вузов. Машиностроение. 1978, № 8.

3. Чистяков В.К., Саламатин А.Н., Фомина С.А., Чугунов В.А. Тепломассоперенос при контактном плавлении. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1984.

4. Чистяков В.К. Математическая модель процессов тепломассопереноса при бурении горных пород плавлением // Зап.ЛГИ, 1985, Т.105.

5. Чистяков В.К., Чугунов В.А. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса при бурении скважин / Ленинградский горный ин-т. Л., 1988.

6. Шульман З.П. Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975.

7. Harold R.J., Altseimer J.H., Armstrong D.E., Fisher H.N. and Krupka M.C., Rapid Excavation by Rock Melting - LACL Subterrene Program, LA-5979-S1, February (NTIS), 1977.