УДК 622.276

Исследование влияния трансформации двухфазной фильтрации на формирование зон невыработанных запасов нефти

С.И.ГРАЧЕВ, В.А.КОРОТЕНКО, Н.П.КУШАКОВА

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

В статье с целью исследования процесса фильтрации флюидов при заводнении нефтяного месторождения используется модель Рапопорта – Лиса непоршневого вытеснения нефти водой. При плоскорадиальной фильтрации в однородном пласте определены радиусы зон возмущений с учетом и без учета концевой эффективности. Выявлено влияние изменения величины градиента капиллярного давления на распределение коэффициента водонасыщенности в зоне непоршневого вытеснения для высоко- и низкопроницаемых коллекторов. Применение модели элемента пятиточечной системы размещения нагнетательной и добывающих скважин показало, что при традиционной технологии заводнения разработки плоскорадиальная фильтрация жидкости трансформируется в прямолинейно-параллельную. При решении уравнения водонасыщенности использован метод интегральных соотношений Баренблатта, позволяющий определить время трансформации. Решением уравнения насыщенности для прямолинейно-параллельной фильтрации определено изменение величины коэффициента водонасыщенности на забое добывающей скважины для неограниченной и замкнутой залежи. Показано, что увеличение коэффициента обводненности добывающей скважины возможно только для замкнутого пласта. Для определения коэффициента водонасыщенности в замкнутой залежи получено дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами, предложен итерационный метод решения. В элементе пятиточечной системы выявлены нефтенасыщенные зоны, не охваченные разработкой. Для каналов низкого фильтрационного сопротивления установлены условия их размещения в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Показано, что при поддержании пластового давления в пласте существует линия изобар, соответствующая начальному пластовому давлению, расположение которой определяет направление скоростей перетоков флюидов. Интенсивность перетоков влияет на эффективность применения гидродинамических, физико-химических, тепловых и других методов увеличения нефтеотдачи.

Ключевые слова: модель Рапопорта – Лиса; метод Баренблатта; коэффициент водонасыщенности; трансформация фильтрационного процесса; остаточные подвижные запасы нефти

Как цитировать эту статью: Грачев С.И. Исследование влияния трансформации двухфазной фильтрации на формирование зон невыработанных запасов нефти / С.И.Грачев, В.А.Коротенко, Н.П.Кушакова // Записки Горного института. 2020. Т. 241. С. 68-82. DOI: 10.31897/PMI.2020.1.68

Введение. Модель вытеснения нефти водой хорошо изучена в классических работах по подземной гидродинамике, тем не менее исследование процесса извлечения нефти при заводнении является одной из сложнейших задач проектирования и контроля разработки нефтяных месторождений. Это обусловлено тем, что при закачке воды в призабойной зоне пласта (ПЗП) нагнетательной скважины имеет место концевой эффект (КЭ). Вода накапливается в области радиусом r_k , в которой коэффициент водонасыщенности возрастает до определенного значения s_k . При превышении этой величины вода поступает в пласт, начинается процесс двухфазной фильтрации и непоршневого вытеснения нефти водой. На внутренней границе области КЭ вода поступает, на внешней – вода не вытекает, а вытекает нефть. Исследование фильтрационного процесса осложняется нелинейным граничным условием на внешней области КЭ [14]. В связи с этим концевым эффектом пренебрегают, коэффициент водонасыщенности на забое нагнетательной скважины принимает предельное (максимальное) значение s^* . Фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС) пласта, зависящие от коэффициентов насыщенности, геологическое строение залежи, размещение скважин влияют на изменение характера течения флюидов в пласте и, следовательно, на разработку подвижных запасов нефти.

Постановка проблемы. Проблема формирования невыработанных остаточных подвижных запасов (ОПЗ) нефти обусловлена физическими свойствами флюидов, реализованной системой разработки, макронеоднородностью фильтрационных параметров по латерали и толщине нефтяного пласта [2, 8, 9, 12, 15, 16, 18]. Поверхностные явления, возникающие на границе раздела фаз, градиент капиллярного давления, гидрофильность или гидрофобность коллектора (микронеоднородность), существенно влияют на отклонение фактических показателей разработки от проектных технологических [7, 11]. Для устранения несоответствия между показателями используются

технологии (методы) повышения нефтеотдачи (МПН). При выборе и оценке эффективности соответствующего метода необходимо учитывать изменение (трансформацию) фильтрационных процессов и влияние степени насыщенности флюидами емкостного пространства коллектора.

Методология. Физические модели многофазной фильтрации непоршневого вытеснения нефти рассмотрены в работах [4, 6, 10, 13]. Из уравнений неразрывности, движения и реологических уравнений получена система дифференциальных уравнений в частных производных, решение которой сводится к определению распределения коэффициентов насыщенности и давления фаз в области возмущения – двухфазной фильтрации. Для связи коэффициента водонасыщенности с давлением вводится дополнительное замыкающее уравнение. Все рассматриваемые модели можно разделить на две группы: учитывающие и неучитывающие градиент капиллярного давления. Решение систем дифференциальных уравнений, как правило, осуществляется приближенными численными методами. В предлагаемой работе для решения уравнений Рапопорта – Лиса используется метод интегральных соотношений Баренблатта [1]. Рассмотрена трансформация зон фильтрации в процессе разработки эксплуатационного объекта (ЭО). Полученные приближенные аналитические решения значений коэффициента водонасыщенности позволяют выделить зоны существования двухфазной фильтрации и остаточной нефти.

Обсуждение. Результаты исследования. Для исследования трансформации фильтрационных процессов рассмотрим модель заводнения однородного пласта. С вводом в эксплуатацию нагнетательной скважины происходит плоскорадиальное непоршневое вытеснение нефти водой. Давление на забое нагнетательной скважины больше начального пластового и забойного давлений добывающей скважины. С течением времени плоскорадиальная фильтрация трансформируется в прямолинейно-параллельную фильтрацию между нагнетательной и добывающей скважинами [17]. Для определения значений коэффициента водонасыщенности в модели, предложенной Рапопортом – Лисом, частным случаем которой является модель Бакли – Леверетта, пласт и флюиды считаются несжимаемыми. Задача сводится к решению дифференциального уравнения относительно коэффициента насыщенности с учетом капиллярного давления на границе раздела фаз и соответствует жесткому упруговодонапорному режиму:

$$m_0 \frac{\partial s}{\partial t} + W(t) \frac{\partial f(s)}{\partial x} + \frac{k_0}{\mu_2} \operatorname{div} \left[k_2^*(s) f(s) \left(\frac{\partial p_k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta p g \sin \alpha + \Delta g_0 \right) \right] = 0, \quad (1)$$

где m_0 – коэффициент открытой пористости; s – коэффициент водонасыщенности в зоне двухфазной фильтрации; $W(t)$ – суммарная скорость фильтрации фаз; x – координата, для плоскорадиальной фильтрации x заменяется на r ; $f(s)$ – функция Бакли – Леверетта; k_0 – коэффициент абсолютной проницаемости; $k_2^*(s)$ – относительная фазовая проницаемость (ОФП) коллектора по нефти; p_k – капиллярное давление; $\Delta p = \rho_2 - \rho_1$, ρ_2 и ρ_1 – плотности нефти и воды; g – ускорение свободного падения; $\Delta g_0 = g_2 - g_1$, g_2 и g_1 – начальные градиенты давления при вытеснении нефти водой в зоне двухфазной фильтрации.

Функция Бакли – Леверетта определяется экспериментально:

$$f(s) = \frac{k_1(s)}{k_1^*(s) + \mu_0 k_2^*(s)}, \quad \mu_0 = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (2)$$

где μ_1 , μ_2 – коэффициенты динамической вязкости воды и нефти; $k_1^*(s)$, $k_2^*(s)$ – ОФП коллектора по воде и нефти.

Уравнение (1) содержит производную функции $s(x, t)$ по времени, и оператор div соответствует уравнению параболического типа. Следовательно, для решения (1) можно применить метод интегральных соотношений Баренблатта [1].

Начало координат совместим с забоем нагнетательной скважины. Радиус зоны возмущения двухфазной фильтрации обозначим $R(r, t)$. Поскольку изменение коэффициента водонасыщенности соответствует изменению давления нагнетаемой в пласт воды, то решение находим в виде [6]

$$s(r, t) = s_0 + \eta(t) \Delta s \frac{f_1(r, R(t))}{f_1(r_c, R(t))}; \quad s = s^* - s_0, \quad (3)$$

где s_0 – коэффициент остаточной водонасыщенности (связанной воды); s^* – предельное значение коэффициента водонасыщенности; r_c – радиус скважины. Единичная функция Хэвисайда $\eta(t)$ равна нулю при $t = 0$ и единице при $t > 0$:

$$f_1(r, R(t)) = -n \ln \frac{R(t)}{r} - \left(\frac{r}{R(t)} \right)^n + 1; \quad f_1(r_c, R(t)) = -n \ln \frac{R(t)}{r_c} - \left(\frac{r_c}{R(t)} \right)^n + 1. \quad (4)$$

Отметим, что функция $f_1(r, R(t)) < 0$ для $r_c \leq r \leq R(t)$.

Если конечным эффектом пренебречь, то функция $s(r, t)$ удовлетворяет следующим краевым условиям:

$$s(r, 0) = s_0, \quad s(r_c, t) = s^*, \quad s(R(t), t) = s_0, \quad \left. \frac{\partial s}{\partial r} \right|_{r=R(t)} = 0. \quad (5)$$

Давление на границе зоны двухфазной фильтрации $R(t)$ равно начальному давлению в залежи p_0 .

При плоскорадиальном вытеснении нефти водой уравнение (1) примет вид

$$m_0 \frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{q_s}{r} \frac{\partial f(s)}{\partial r} - \frac{k_0}{\mu_2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rk_2^*(s) f(s) \left(\frac{\partial p_k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial r} + \Delta \rho g \sin \alpha + \Delta g_0 \right) \right], \quad (6)$$

где $q_s = \frac{Q(t)}{2\pi h}$, $Q(t)$ – расход воды на нагнетательной скважине; h – толщина пласта.

Для определения радиуса зоны двухфазной фильтрации $R(t)$ проинтегрируем (6) по r в интервале от r_c до $R(t)$. Получим

$$-\frac{\Delta s n^2}{4(n+2)} \frac{d}{dt} \left(\frac{R^2}{f_1(r_c, R)} \right) = -\frac{q_s(t)}{m_0} f(s) \Big|_{r_c}^R - \frac{k_0}{m_0 \mu_2} \left[rk_2^*(s) \left(\frac{\partial p_k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial r} + \Delta \rho g \sin \alpha + \Delta g_0 \right) \right] \Big|_{r_c}^R. \quad (7)$$

Из граничных условий (5) следует, что при $r = R(t)$ коэффициент водонасыщенности $s = s_0$. ОФП коллектора по нефти принимает максимальное значение $k_2^*(s_0) = k_{2\max}^*$, а функция Бакли – Леверетта $f(s_0) = 0$. При $r = r_c$, $s = s^*$, $k_2^*(s^*) = 0$ функция Бакли – Леверетта $f(s^*) = 1$. В результате имеем обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{R^2(t)}{f_1(r_c, R(t))} \right) = -\frac{4(n+2)}{n^2 m_0 \Delta s} q_s(t). \quad (8)$$

Если $q_s = \text{const}$ после разделения переменных и интегрирования, получим трансцендентное уравнение для определения $R(t)$:

$$R(t) = \sqrt{r_c^2 - \frac{4(n+2)}{m_0 \Delta s n^2} f_1(r_c, R(t)) q_s t} \approx \sqrt{r_c^2 + \frac{4(n+2)}{m_0 \Delta s n} \left(\ln \frac{R(t)}{r_c} - \frac{1}{n} \right) q_s t}. \quad (9)$$

Следовательно, при заданных граничных условиях (5) капиллярное давление и ОФП на величину радиуса зоны двухфазной фильтрации в явном виде не влияет.

Однако, если не пренебрегать конечным эффектом радиуса r_k , то второе граничное условие (5) на забое нагнетательной скважины примет вид

$$s(r_k, t) = s_k < s^*; \quad r_k > r_c.$$

При $r = r_k$ и $s = s_k$ ОФП коллектора по нефти $k_2^*(s_k) \neq 0$, а функция Бакли – Леверетта $f(s_k) < 1$.

После интегрирования в интервале $[r_k, R(t)]$ правая часть уравнения (7) примет вид

$$\frac{q_s}{m_0} f(s_k) + \frac{k_0 k_2^*(s_k)}{m_0 \mu_2} r_k f(s_k) \left(g \Delta p \sin \alpha + \Delta g + \frac{\partial p_k}{\partial s} \bigg|_{s=s_k} \frac{\partial s}{\partial r} \bigg|_{r_k} \right) = \frac{q_s}{m_0} f(s_k) (1 + A_k);$$

$$A_k = \frac{k_0 k_2^*(s_k)}{q_s \mu_2} r_k \left(g \Delta p \sin \alpha + \Delta g + \frac{\partial p_k}{\partial s} \bigg|_{s=s_k} \frac{\partial s}{\partial r} \bigg|_{r_k} \right).$$

При концевом эффекте $s(r, t)$ и ее производная равны

$$s(r, t) = s_0 + \eta(t) \Delta s_k \frac{f_1(r, R(t))}{f_1(r_k, R(t))}; \quad \Delta s_k = s_k - s_0;$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{n \Delta s}{r f_1(r_k, R(t))} \left(1 - \frac{r_k^n}{R^n(t)} \right).$$

Для $\alpha = 0$ и $\Delta g = 0$ получим

$$A_k = \frac{k_0 k_2^*(s_k)}{q_s \mu_2} \frac{n \Delta s_k}{f_1(r_k, R)} \frac{\partial p_k}{\partial s} \bigg|_{s_k}. \quad (10)$$

После подстановки (10) в правую часть уравнения (7), получим дифференциальное уравнение, отличающееся от (8) правой частью:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{R^2(t)}{f_1(r_k, R(t))} \right) = - \frac{4(n+2)}{n^2 m_0 \Delta s} f(s_k) q_s(t) (1 + A_k). \quad (11)$$

Из формулы (10) видно, что параметр A_k зависит от технологического параметра q_s , фазовой проницаемости нефти, производной капиллярного давления по s в точке s_k , радиуса зоны двухфазной фильтрации R . По приведенным в работе [3] данным, производная капиллярного давления по s равна тангенсу угла наклона к оси s ($\operatorname{tg} \alpha$) в интервале $s_0 < s < s^*$. Наибольшие значения производной капиллярного давления наблюдаются в окрестностях значений коэффициента водонасыщенности s_0 соответствующему фронту вытеснения нефти водой, удаленного от забоя нагнетательной скважины (рис.1). Значения производной изменяются в диапазоне $-10 < \operatorname{tg} \alpha < -8$. На забое нагнетательной скважины изменение капиллярного давления для высокопроницаемого коллектора (кривая 1) практически не влияет на вытеснение нефти: $\operatorname{tg} \alpha \approx -0,1$. Для низкопроницаемого коллектора (кривая 2) $\operatorname{tg} \alpha \approx -1$.

Действительно, рассмотрим интервал изменения радиуса зоны возмущения $4 \leq R \leq 200$ м. Для высокопроницаемого коллектора при следующих значениях: $Q = 300$ м³/сут; $k_0 = 200$ мД; $k_2^* = 0,6$; $\mu_2 = 2$ мПа·с; $\operatorname{tg} \alpha = -0,1$ МПа; $\Delta s_k = 0,72$ значения параметра A_k изменяются в интервале $0,01 \leq A_k \leq 0,06$. Для низкопроницаемого коллектора при заданных значениях: $Q = 8$ м³/сут; $k_0 = 4$ мД; $k_2^* = 0,2$; $\mu_2 = 2$ мПа·с; $\operatorname{tg} \alpha = -1$ МПа; $\Delta s_k = 0,27$ значения параметра A_k изменяются в интервале $0,03 \leq A_k \leq 0,16$. С увеличением радиуса $R(t)$ параметр A_k убывает. Поскольку $A_k < 1$, то для определения радиуса зоны возмущения можно использовать формулу (9).

Пример 1. Дано: $r_c = 0,1$ м; $h = 10$ м; $s_0 = 0,2$; $s^* = 0,8$; $m_0 = 0,2$; $Q = 300$ м/сут.

Рис. 1. Зависимость капиллярного давления от коэффициента водонасыщенности
1 – для высокопроницаемого коллектора;
2 – для низкопроницаемого коллектора

Таблица 1

Определение значений радиуса зоны возмущения по формуле (9) для разных значений n

t , сут	$R(t)$, м			
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = \infty$
0,01	3	3	3	2,2
0,1	14	12	11	8
1	50	42	39	30
2	73	61	56	44
10	176	147	135	105
100	607	506	464	361
365	1210	1006	923	718

но-параллельной. Давление на границе раздела зон 1 и 2 (точки C_i) равно начальному пластовому давлению p_0 . Другая часть воды будет перетекать со скоростью V_1 в зону 1. В области 2 возмущения добывающей скважины в линейный канал фильтрации будет поступать нефть со скоростью V_2 . Причем скорости перетоков с течением времени будут убывать. Отметим, что при заданных граничных условиях точки C_i неподвижны.

Время трансформации t^* определится из условия [6, 7]

$$R(t^*) + R_2(t^*) = L. \quad (12)$$

По известным формулам

$$R_2(t) = \sqrt{C\chi_2 t}; \quad \chi_2 = \frac{k_0 k_2^*}{\mu_2 \beta_2^*},$$

где $C = \text{const}$.

Подставляя R_2 и выражение (9) в (12), получим время трансформации из трансцендентного уравнения:

$$t^* = \frac{L^2}{C\chi_2 \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4(n+2)q_s}{C\chi_2 m_0 n \Delta s} \left(\ln \frac{R(t^*)}{r_c} - \frac{1}{n} \right)} \right]^2}. \quad (13)$$

Рис.2. Схема трансформации фильтрационного процесса для элемента обратной пятиточечной системы заводнения:

- а: R – радиус зоны 1 двухфазной фильтрации нагнетательной скважины A ; R_2 , R_{22} – радиусы зон 2 возмущения добывающих скважин B_i ; 3 – зона (область), не охваченная заводнением;
б: V_1 , V_2 – скорости перетоков флюидов в зонах 1 и 2; 1 – область влияния нагнетательной скважины A_1

Таблица 2

Определение времени начала трансформации по формуле (13) для разных значений n

t^* , сут	R , м		
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
3	92		
3,3		80	
3,4			75

Пример 2. Дано: $r_c = 0,1$ м; $h = 10$ м; $s_0 = 0,2$; $s^* = 0,8$; $m_0 = 0,2$; $Q = 300$ м/сут; $L = 400$ м; $k_0 = 100$ мД; $k_2^* = 0,6$; $\mu_2 = 2$ мПа·с; $\beta_2^* = 10^{-3}$ 1/МПа; $L = 400$ м; $C = 12$.

Результаты расчетов t^* по формуле (13) приведены в табл.2.

Для $n = 2$ расстояние от нагнетательной скважины до границы трансформации $R = 80$ м, давление на границе равно p_0 . В зоне 1 имеет место двухфазная фильтрация – вытеснение нефти водой по модели Рапопорта – Лиса. Радиус зоны возмущения добывающей скважины, в которой осуществляется однофазная фильтрация нефти, равен 320 м. С момента начала эксплуатации нагнетательной скважины время изменения характера фильтрационного процесса для данных ФЕС и заданных технологических параметров не превышает 4 сут. Поскольку давление на забоях добывающих скважин меньше давления в других точках залежи, то плоскорадиальная фильтрация трансформируется в прямолинейно-параллельную. Обводнение продукции добывающих скважин начнется по каналам A_1B_i .

Для описания линейного вытеснения нефти водой воспользуемся уравнением (1). Начало координат совпадает с забоем нагнетательной скважины. Краевые условия в этом случае изменятся, так как на отрезке $[x_c, R]$ в пласте уже произошло изменение коэффициента водонасыщенности, а на забое нагнетательной скважины для $x = x_c = r_c$ коэффициент водонасыщенности $s = s^*$. С течением времени на границе $x = R$ коэффициент водонасыщенности будет возрастать: $s > s_0$. Поэтому рассмотрим $s(x, t)$ на двух интервалах: $s_1(x, t)$ в интервале $x_c \leq x \leq l(t) \leq R$ и $s_2(x, t)$ в интервале $R < x \leq l(t)$.

Для интервала $x_c \leq x \leq l(t) \leq R$ решение находим в виде

$$s_1(x, t) = s_R(x, R) + c \frac{x - x_c}{l(t)} + b \frac{(x - x_c)^2}{l^2(t)}; \quad s_R(x, R) = s_0 + \Delta s \frac{f_1(x, R)}{f_1(x_c, R)}; \quad (14)$$

$$f_1(x, R) = -n \ln \frac{R}{x} - \left(\frac{x}{R} \right)^n + 1; \quad f_1(x_c, R) = -n \ln \frac{R}{x_c} - \left(\frac{x_c}{R} \right)^n + 1.$$

Для $R < x \leq l(t)$

$$s_2(x, t) = a_0 + a_1 \frac{x - R}{l(t)} + a_n \frac{(x - R)^n}{l^n(t)}; \quad n \geq 2. \quad (15)$$

Здесь R – константа, соответствующая n (табл.2); c, b, a_0, a_1, a_n – неизвестные параметры, определяемые из граничных условий и условий сшивки функций s_1 и s_2 .

Граничные условия для функции s_2 зададим на границе фронта вытеснения:

$$s_2(l(t), t) = s_0; \quad \left. \frac{\partial s_2}{\partial x} \right|_{x=l(t)} = 0. \quad (16)$$

Условия сшивки функций s_1 и s_2 для $x = R$ примут вид

$$s_1(R, t) = s_2(R, t); \quad \frac{\partial s_1}{\partial x} = \frac{\partial s_2}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 s_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 s_2}{\partial x^2}. \quad (17)$$

Из совместного решения системы (16), (17) для $n = 2$ параметры a_i, b, c равны

$$a_0 = s_0 + a_2 \left(1 - \frac{R}{l} \right)^2; \quad a_1 = -2a_2 \left(1 - \frac{R}{l} \right); \quad a_2 = -\frac{2\Delta s}{f_1(x_c, R)}; \quad (18)$$

$$b = a_2 + \frac{2\Delta s}{f_1(x_c, R)} \left(\frac{l}{R} \right)^2; \quad c = -2a_2 - \frac{4\Delta s}{f_1(x_c, R)} \frac{l}{R}.$$

После подстановки (18) в (15) получим

$$s_2(x, t) = s_0 + a_2 \frac{(l(t) - x)^2}{l^2(t)}. \quad (19)$$

Для практической апробации определения коэффициентов водонасыщенности и обводнения на забое добывающей скважины рассмотрим случай $R < x \leq l(t)$, $s = s_2$.

После подстановки s_2 в уравнение (1) и последующего интегрирования по x в интервале от R до $l(t)$ получим дифференциальное уравнение для определения линейного размера зоны двухфазной фильтрации $l(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{(l-R)^3}{l^2} \right] &= \frac{3W(t)}{a_2 m_0} f(\bar{s}) \left[1 + A_{kl} \frac{(l-R)}{l^2} \right]; \\ A_{kl} &= \frac{4\Delta s k_0 k_2^*(\bar{s})}{\mu_2 W(t) f_1(x_c, R)} \frac{\partial p_k}{\partial s} \Big|_{\bar{s}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $\bar{s}$ значение коэффициента водонасыщенности, соответствующее $x = R$. Заметим, что $\bar{s} \geq s_0$ величина переменная, которая с течением времени будет возрастать. Функция Бакли – Леверетта изменяется в интервале $0 < f(\bar{s}) < 1$ и также возрастает.

Проверочный расчет параметра A_{kl} показывает, что для различных значений входящих в формулу величин, его порядок не превышает 10^{-4} , и из (20) с ростом $l(t)$ второе слагаемое в квадратной скобке стремится к нулю. Поэтому уравнение для определения $l(t)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{(l(t)-R)^3}{l(t)^2} \right] &= \frac{3W(t)}{a_2 m_0} f(\bar{s}); \\ \left[\frac{(l(t)-R)^3}{l(t)^2} \right] &= \int_R^{l(t)} \frac{3W(t)}{a_2 m_0} f(\bar{s}) dt = \Phi(t). \end{aligned} \quad (21)$$

Откуда получим кубическое уравнение

$$l^3 - (3R + \Phi)l^2 + 3R^2l - R^3 = 0. \quad (22)$$

Применяя метод Кардано, найдем $l(t)$:

$$l(t) = R + \frac{1}{3}\Phi(t) \left[1 + \sqrt[3]{1 + \left(\frac{R}{\Phi(t)} \right)^{1.5}} + \sqrt[3]{1 - \left(\frac{R}{\Phi(t)} \right)^{1.5}} \right]. \quad (23)$$

Значение $\bar{s}$ определяется из формулы (19), которая для $x = R$ примет вид

$$\bar{s} = s_0 + a_2 \frac{(l(t) - R)^2}{l(t)^2}, \quad l > R. \quad (24)$$

Для получения приближенного аналитического решения оценим функцию $\Phi(t)$, входящую в правую часть (21). Пусть суммарная скорость фильтрации фаз $W(t)$ постоянна. Тогда, применяя теорему о среднем, можно записать

$$\Phi(t) = \frac{3W}{a_2 m_0} \int_0^t f(\bar{s}) dt \approx \frac{3W}{a_2 m_0} f(\bar{\bar{s}}) t; \quad s_0 < \bar{\bar{s}} < \bar{s} < s^*. \quad (25)$$

Из (24) следует, что значение $\bar{s}$ зависит от времени, следовательно, $\bar{\bar{s}}$ также возрастает с течением t . Предельное значение

$$\bar{\bar{s}} = s_0 + a_2 = s_0 + \frac{\Delta s}{\ln \frac{R}{x_c} - 0,5}. \quad (26)$$

Таблица 3

Зависимость изменения размера зоны линейной фильтрации $l(t)$ от времени в бесконечном пласте

t , сут	$l(t)$, м (23)	$l(t)$, м (27)	$x > R$	$s_2(x, t)$ (19)
0,1	80,1	80,03	81	0,2924
1	80,9	80,3	100	0,2913
2	82	81	300	0,2803
10	89	83	361	0,2771
100	169	117	500	0,2701
365	405	394	800	0,2560
3650	3333	3332	3333	0,2000

Для $s_0 = 0,2$; $\Delta s = 0,6$ и $R = 80$ м получим $\bar{s} = 0,2485$. Таким образом, функция Бакли – Леверетта $f(s)$ в подынтегральном выражении изменяется незначительно (слабоменяющаяся функция) и ее вынос за знак интеграла оправдан. В дальнейшем примем $\bar{\bar{s}} = \bar{s}$.

Отметим, что при $t \rightarrow \infty$ формула (23) примет простой вид:

$$l(t) = R + \Phi(t) = R + \frac{3W}{a_2 m_0} f(\bar{s}) t. \quad (27)$$

Из (23) и (27) следует, что после трансформации размер зоны двухфазной фильтрации $l(t)$ линейно зависит от времени. Формула (23) справедлива для малых времен, а для $R \ll \Phi(t)$ можно использовать (27).

Значения функции Бакли – Леверетта $f(s)$ определяются, если известны формулы зависимости ОФП от коэффициента водонасыщенности. Согласно исследованиям Чень Чжун-сяна [16]

$$k_1^*(s) = \left(\frac{s - 0,2}{0,8} \right)^{3,5}; \quad 0,2 \leq s \leq 1; \quad k_2^*(s) = \left(\frac{0,85 - s}{0,85} \right)^{2,8} (1 + 2,4s); \quad 0 \leq s \leq 0,85. \quad (28)$$

В этом случае для $\bar{s} = 0,2485$ функция Бакли – Леверетта равна $f(\bar{s}) = 1,81 \cdot 10^{-4}$.

В табл.3 приведены результаты расчета $l(t)$ для разных значений времени.

Во втором и третьем столбцах приведены расчетные значения $l(t)$ в интервале изменения времени от 0,1 сут до 10 лет, рассчитанные по формулам (23) и (27). В четвертом столбце приведены значения координаты x от 81 до 3333 м, в пятом столбце – расчетные значения коэффициента водонасыщенности на этом интервале. Отметим, что если $x = L$ – расстоянию между скважинами, то из формулы (19) следует, что при $l(t) \rightarrow \infty$, $s(L, t) = s_0 + a_2$, x – постоянная величина. Это противоречит практике, поскольку обводненность увеличивается, следовательно, на забое добывающей скважины доля воды в потоке жидкости должна возрастать. Соответственно, размер зоны фильтрации должен быть ограничен значением $l_k = l(t_k)$, которое определяется из геометрического строения залежи.

Распределение давления в ограниченных залежах рассматривалось в работах [1, 16]. По аналогии изменение коэффициента водонасыщенности в замкнутой ограниченной залежи находим в виде

$$s_3(x, t) = D(t) s_2(x, l_k) = D(t) \left[s_0 + a_2 \left(\frac{l_k - x}{l_k} \right)^2 \right]; \quad R \leq x \leq l_k; \quad D(0) = 1. \quad (29)$$

Неизвестную функцию $D(t)$ определим после подстановки (29) в уравнение (1) и после интегрирования в интервале $[R, l_k]$ получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dD}{dt} = G - BD, \quad (30)$$

где

$$G = \frac{W[f(s_R) - f(s_k)]}{m_0 H}; \quad H = (l_k - R) \left[s_0 + \frac{1}{3} a_2 \left(\frac{l_k - R}{l_k} \right)^2 \right]; \quad (31)$$

$$B = \frac{1}{m_0 H} \frac{2a_2 k_0 k_2^*(s_R) f(s_R) (l_k - R)}{\mu_2 l_k^2} \frac{\partial p_k}{\partial s} \Big|_{s_R}; \quad B < 0.$$

Здесь s_R соответствует значению коэффициента водонасыщенности при $x = R$, s_k соответствует $x = l_k$, $s^* > s_R > s_k > s_0$. Для функций Бакли – Леверетта выполняется соотношение $f(s_k) < f(s_R) \leq 1$.

Из (29) следует, что функция $D(t)$ ограничена сверху, ее максимальное значение $D_{\max} = s^*/s_0$.

Для постоянной суммарной скорости фильтрации $W(t) = W$ и ограниченных слабозависящих от времени функций G, B решение (30) примет вид

$$D(t) = \frac{1}{B} [G - (G - B)e^{-Bt}]. \quad (32)$$

Раскладывая экспоненту в ряд, получим приближенное решение:

$$D(t) = 1 + (G - B)t. \quad (33)$$

Для расчета предлагается следующая итерационная схема:

1. По известным величинам l_k и R из первой формулы (31) находим параметр H .
2. Зададим значения времени t и параметр $D(t) = 1,01$.
3. Из (29) определим

$$s_{31}(L, t) = D(t)s_2(L, l_k) = D(t) \left[s_0 + a_2 \left(\frac{l_k - L}{l_k} \right)^2 \right]; \quad R \leq L \leq l_k;$$

$$s_R = s_{31}(R, t) = Ds_2(R, l_k) = D(t) \left[s_0 + a_2 \left(\frac{l_k - R}{l_k} \right)^2 \right];$$

$$s_{lk} = s_{31}(l_k, t) = Ds_2(l_k, l_k) = D(t)s_0,$$

где L – расстояние между скважинами.

4. Рассчитаем значения коэффициентов ОФП и функции Бакли – Леверетта по формулам (28) и (2) для s_R и s_{lk} .

5. Из рис.1 или функциональной зависимости находим $\left. \frac{\partial p_k}{\partial s} \right|_{s_R}$, по формулам (31) определим

параметры B, G .

6. Подсчитаем новое значение коэффициента s_{32} . Если $[s_{31} - s_{32}] > 10^{-3}$, то повторим процесс с пункта 3) итерационной схемы.

Задавая новое значение времени, определяем возрастание коэффициента водонасыщенности $s_3(L, t)$ на забое добывающей скважины.

Для определения коэффициента обводненности σ по каналу A_1B_1 воспользуемся формулой

$$\sigma = \frac{v}{W}; \quad W = v + v_2,$$

где v – скорость фильтрации воды; v_2 – скорость фильтрации нефти; W – суммарная скорость потока жидкости на забое добывающей скважины. Если W постоянна, то изменяются слагаемые, скорость фильтрации нефти убывает, а скорость фильтрации воды возрастает.

Скорость фильтрации воды выражается через суммарную скорость и зависит от градиента капиллярного давления [15]:

$$v = f(s) \left[W + k_0 \frac{k_2^*(s)}{\mu_2} \frac{\partial p_k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \right].$$

Коэффициент обводненности

$$\sigma = f(s)(1 + A); \quad A = k_0 \frac{k_2^*(s)}{W\mu_2} \frac{\partial p_k}{\partial s} \left. \frac{\partial s}{\partial x} \right|_{s_L} = -D(t)k_0 \frac{k_2^*(s)}{W\mu_2} \frac{2a_2(l_k - L)}{l_k^2} \left. \frac{\partial p_k}{\partial s} \right|_{s_L}; \quad \frac{\partial p_k}{\partial s} < 0. \quad (34)$$

При малых значениях s , близких к s_0 , ОФП $k_2^*(s)$ принимает значения, близкие к максимальным, а функция Бакли – Леверетта мала. При $s \rightarrow s^*$ функция $f(s) \rightarrow 1$, а $k_2^*(s) \rightarrow 0$. Следовательно, при больших значениях коэффициента водонасыщенности на забое добывающей скважины функция Бакли – Леверетта соответствует коэффициенту обводненности продукции. Таким образом, экспериментальные работы по определению значений ОФП играют важную роль при моделировании технологических показателей и выборе режима эксплуатации скважин.

Время частичного обводнения продукции t_L скважины B_1 по каналу A_1B_1 соответствует значению коэффициента водонасыщенности, определенного по формуле (29), при $t = t_L$ и $x = L$. После подстановки в (33) получим

$$t_L = \frac{D(t_L) - 1}{G}; \quad D(t_L) = \frac{s^*}{s_0 + a_2 \left(\frac{l_k - L}{l_k} \right)^2}. \quad (35)$$

Параметр G определяется из формулы (31) при $f(s_R) = 1$, $k_2^*(s^*) = 0$.

Пример 3. Дано: $Q = 200 \text{ м}^3/\text{сут}$; $h = 10 \text{ м}$; $R = 80 \text{ м}$; $L = 400 \text{ м}$; $l_k = 1000 \text{ м}$; для значения функции $f(s_k) = 0,5$ время обводнения продукции, подсчитанное по формуле (35), равно $t_L = 6,3 \text{ сут}$. Если значение функции Бакли – Леверетта принять равным $f(s_k) = 0,9$, то $t_L = 31,7 \text{ сут}$. Если размер зоны фильтрации $l_k = 3000 \text{ м}$, то для значений функции Бакли – Леверетта $f(s_k) = 0,5$ и $f(s_k) = 0,9$ значения времен обводнения $t_L = 16,1 \text{ сут}$ и $t_L = 90 \text{ сут}$ соответственно.

Размер зоны фильтрации l_k зависит от геологического строения залежи и существенно влияет на время обводнения. В модели Рапопорта – Лиса коэффициент пористости постоянен, флюиды и коллектор несжимаемы, поэтому линейными каналами фильтрации можно пренебречь. Следовательно, в областях 3 (рис.2, а) останутся не вовлеченные в разработку запасы нефти.

Для определения не охваченных разработкой запасов нефти в зонах 3 определим t_{22} – время соприкосновения зон возмущения добывающих скважин B_1B_2 в точке D_1 .

Расстояние между добывающими скважинами $B_1B_2 = L_2 = L\sqrt{2}$. Радиус зоны фильтрации нефти R_{22} для однородного коллектора

$$R_{22} = \frac{L_2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} L. \quad (36)$$

Обозначим через t_{22} время, соответствующее достижению точки D_1 , – границе раздела зон фильтрации добывающих скважин:

$$R_{22} = \sqrt{C\chi_2 t_{22}}, \quad (37)$$

где χ_2 – коэффициент пьезопроводности нефти; C – числовой коэффициент.

Радиус R_2 и время начала трансформации t^* удовлетворяют соотношению

$$R_2 = L - R = \sqrt{C\chi_2 t^*}. \quad (38)$$

Из формул (36) и (37) получим

$$t_{22} = t^* \frac{R_{22}^2}{R_2^2} = t^* \frac{L^2}{2(L - R)^2}. \quad (39)$$

Воспользуемся данными примера 2 и результатами расчета табл.2. Для $L = 400 \text{ м}$, $R = 80 \text{ м}$, $t^* = 3,3 \text{ сут}$ и $R_2 = 320 \text{ м}$ из (38) и (39) получим $t_{22} = 2,6 \text{ сут}$, $R_{22} = 283 \text{ м}$. Следовательно, зоны возмущения двух добывающих скважин соприкасаются в точке D_1 раньше, чем соединяются в точке C_1 зоны возмущения нагнетательной и добывающей скважин.

Сделаем существенное замечание. Пластовое давление в точке D_1 при $t_{22} = 2,6 \text{ сут}$ равно p_0 , которое в дальнейшем будет убывать. Следовательно, в интервале времени $t_{22} \leq t \leq t^*$ в зоне 3 начнется фильтрация нефти в направлении точки D_1 . Если из-за «близости» величин временем t_{22} и t^* пренебречь, то можно определить запасы нефти в зонах, не охваченных заводнением.

Рис.3. Фрагмент элемента эксплуатационного объекта для определения площади зоны 3. Произвольная точка $D_\alpha \in$ кривой D_1C_1 . Угол $0 \leq \alpha \leq 45^\circ$.

Итак, на момент времени t^* в элементе ЭО пятиточечной системы образуются три зоны с разным характером насыщения (рис.2).

1. В окрестности нагнетательной скважины 1-я зона имеет форму круга радиуса R . Характер насыщения – вода и нефть.

2. Четыре зоны 2, каждая из которых имеет форму замкнутой области, ограниченной кривыми линиями C_iD_i . Характер насыщения – нефть.

3. Четыре зоны 3, ограниченные кривыми $C_iC_jD_i$, не охваченные разработкой, насыщенные нефтью, давление в которых равно начальному давлению p_0 .

Обозначим площадь зоны 3 через S_3 . Рассмотрим равнобедренный прямоугольный треугольник $B_1B_2A_1$, катеты которого равны L . Из рис.2 определяем площадь зоны 3:

$$S_3 = S_\Delta - S_{A_1C_1C_2} - 2S_\alpha = \frac{1}{2}L^2 - \frac{\pi R^2}{4} - 2S_\alpha, \quad (40)$$

где S_Δ – площадь треугольника $A_1B_1B_2$; $S_{A_1C_1C_2}$ – площадь сектора $A_1C_1C_2$; S_α – площадь фигуры $B_1D_1C_1$ с центром в точке B_1 , ограниченной дугой D_1C_1 с центральным углом $\alpha_0 = 45^\circ$. Радиус кривизны D_1C_1 изменяется от R_{22} до R_2 . Площадь зоны S_3 зависит от точности определения (расчета) площади S_α .

Формула для определения S_α для переменного радиуса кривизны имеет вид

$$S_\alpha = \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_0} r^2 d\alpha. \quad (41)$$

Рассмотрим несколько вариантов расчета площади фигуры $B_1D_1C_1$ (рис.3). Как видно из рисунка, дуга D_1C_1 выпукла по отношению к центру B_1 . При изменении угла в интервале $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ радиус R_α возрастает от $R_{22} = 283$ м до $R_2 = 320$ м. Такому условию удовлетворяет функция

$$B_1D_\alpha = R_\alpha = L \frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha} + (L - R) \operatorname{tg} \alpha. \quad (42)$$

Для интервала $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ расстояние от нагнетательной скважины A_1 до точки D_α определяется соотношением

$$A_1D_\alpha = L \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\cos \alpha} + R \operatorname{tg} \alpha. \quad (43)$$

Из формул (42) и (43) следует, что радиус кривизны R_α и расстояние A_1D_α до нагнетательной скважины A_1 зависят от угла α . Результаты расчета приведены в табл.4.

Пример 4. Дано: $R = 80$ м; $L = 400$ м; $R_2 = 320$ м; $R_{22} = 283$ м; $0 \leq \alpha \leq \pi/4$.

Таблица 4

Расчетные значения радиусов кривизны фигуры $B_1D_1C_1$ и расстояния A_1D_α , м							
Параметры	Номер расчета						
	1	2	3	4	5	6	7
α , рад	0	0,087	0,175	0,349	0,524	0,698	0,785
R_α , (42)	283	286	289	296	304	314	320
A_1D_α , (43)	283	265	247	209	166	113	80

После подстановки (42) в (41) площадь $B_1D_1C_1$ равна

$$S_\alpha = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi L^2}{4} + \sqrt{2}L \left[R - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right) L \right] \frac{1}{2} \ln 2 + \left[R - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right) L \right]^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \right] = 28682 \text{ м}^2. \quad (44)$$

Если для определения площади S_α взять средний радиус $r_{\text{ср}}$, равный полусумме радиусов $R_2 = 320$ м и $R_{22} = 283$ м, то

$$S_\alpha = \frac{\pi r_{\text{ср}}^2}{8} = 35661 \text{ м}^2.$$

Таким образом, аппроксимация участка $B_1D_1C_1$ на сектор постоянного среднего радиуса дает завышенное значение площади, и, как следует из формулы (40), – меньшее значение площади зоны 3, что приведет к неверной оценке запасов.

В элементе эксплуатационного объекта (ЭО) $B_1B_2B_3B_4$ (см. рис.2) содержатся четыре зоны 3, каждая площадью S_3 . Объем нефти (геологические запасы)

$$V_3 = 4S_3hm_0(1-s_0). \quad (45)$$

Для определения объема извлекаемых запасов нефти в зоне 3 примем коэффициент вытеснения нефти водой

$$\eta_1 = \frac{s_{\text{н.н}} - s_{\text{ос.н}}}{s_{\text{н.н}}} = \frac{s^* - s_0}{1 - s_0},$$

где $s_{\text{н.н}} = 1 - s_0$ – начальный коэффициент нефтенасыщенности; $s_{\text{ос.н}} = 1 - s^*$ – остаточный коэффициент нефтенасыщенности; s_0 – коэффициент остаточной водонасыщенности; s^* – предельный коэффициент водонасыщенности, при котором фильтрация нефти прекращается.

Объем извлекаемых запасов нефти

$$V_{3\text{из}} = \eta_1\eta_2V_3 = 4\eta_2S_3hm_0(s^* - s_0), \quad (46)$$

где η_2 – коэффициент охвата пласта заводнением.

Пример 5. Пусть $m_0 = 0,2$; $h = 10$ м; $s_0 = 0,2$; $s^* = 0,8$; $\eta_2 = 1$. Остальные данные возьмем из примера 3.

Из формул (40), (45), (46) получим $S_3 = 17613 \text{ м}^2$, $V_3 = 12721 \text{ м}^3$, $V_{3\text{из}} = 84540 \text{ м}^3$. Если входной дебит скважины, вскрывшей зоны 3, равен $50 \text{ м}^3/\text{сут}$, то время, потраченное на извлечение подвижных запасов $V_{3\text{из}}$, равно 4 годам, при условии, что границы зоны 3 не изменятся. Объем геологических запасов нефти в элементе ЭО равен 512000 м^3 . Доля неизвлеченных запасов составит 0,22.

Однако с течением времени произойдет вторжение воды в зону 3, в которой возникнет двухфазная фильтрация, дебит нефти будет падать.

Рассмотрим, как изменятся фильтрационные процессы с течением времени при одновременной эксплуатации скважин. Целесообразно следующее замечание. В силу заданных граничных условий в элементе ЭО выполняется неравенство:

$$p_{B_1} < p_{D_1} < p_{D\alpha} < p_{C_1} = p_{G_1} = p_0 < p_{A_1}, \quad (47)$$

где произвольная точка $G_\alpha \in$ зоне 3.

Условие (47) выполняется с момента времени начала формирования зон. Следовательно, заводнение зон 2 и 3 будет происходить неравномерно. С ростом времени $t > t^* > t_{22}$ в зоне 3 начнется двухфазная фильтрация, граница C_1G_α которой ограничена изобарой с начальным давлением p_0 . Зона однофазной фильтрации 2 деформируется, через границу по каналу C_1D_α начнет поступать закачиваемая в пласт вода.

Таким образом, в однородном по проницаемости в плоскости Oxy коллекторе возникнет линейная фильтрация в зонах 3 и 2. Величины коэффициентов насыщенности и давлений в каналах фильтрации будут отличаться от первоначальных значений в начале эксплуатации.

Представим процесс фильтрации в элементе ЭО в виде системы каналов, соединяющих нагнетательную A_1 и добывающую B_1 скважину.

В статье [5] показано, что обводнение продукции скважин осуществляется при наличии в пластах каналов низкого фильтрационного сопротивления (НФС). Рассмотрены случаи расположения каналов НФС по толщине пласта и в плоскостях Oxy . Для определения длины каналов введены параметры ω_j , зависящие от концентрации пиков индикатора и времени фиксации, j – порядковый номер фиксации индикатора. Для рассмотренного выше элемента пятиточечной системы разработки имеем

$$L_j = \omega_j L = A_1 D_\alpha B_1 = \frac{L}{\cos \alpha} \left[2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \sin \alpha \right]. \quad (48)$$

Откуда

$$\omega_j = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \sin \alpha}{\cos \alpha}. \quad (49)$$

Угол $\alpha = 45^\circ$ соответствует прямой $A_1 B_1 = L$ – кратчайшему расстоянию между нагнетательной и добывающей скважинами, параметр $\omega_j = 1$. Угол $\alpha = 0^\circ$ соответствует наибольшему расстоянию $A_1 D_1 B_1 = L\sqrt{2}$, параметр $\omega_j = \sqrt{2}$. Следовательно, каналы НФС, удовлетворяющие условиям

$$L \leq L_j \leq L\sqrt{2}; \quad 1 \leq \omega_j \leq \sqrt{2}, \quad (50)$$

лежат в горизонтальных плоскостях Oxy . Если условия (50) не выполняются, то каналы НФС расположены в вертикальной плоскости.

В табл.3-5 статьи [5] рассмотрены случаи горизонтального расположения каналов НФС L_j для трех заданных параметров ω_j .

В табл.5 приведены значения ω_j и L_j из работы [5, см. табл.3] и зависимости ω_j и $A_1 D_\alpha B_1$ от угла α .

Таблица 5

Сравнение параметров ω_j , L_j для $L = 505$ м [5] с расчетными значениями (48) (49)

Пики j	ω_j [5]	$L_j = \omega_j L$, м [5]	α , град.	ω_j (49)	$A_1 D_\alpha B_1$ (48)
1	1	505	45	1	505
2	1,44	707	30	1,17	593
3	2,6	1313	20	1,26	638
4	3,8	1919	10	1,34	677
5	5,4	2828	0	1,41	714

Очевидно, что при заданном параметре $\omega_j = t_j / t_1$ в горизонтальной плоскости находятся два канала L_j : $j = 1$ и $j = 2$. Остальные каналы НФС располагаются в вертикальной плоскости. Заметим, что методика расчета объемов поровых каналов, необходимая для применения выравнивания профиля приемистости, приведена в статье [5].

Каждая модель имеет свои ограничения, свою область применения, в том числе и модель Бакли – Леверетта. Подтверждением достоверности является соответствие расчетных и фактических промысловых показателей [7]. Известно, что обводнение добывающей скважины происходит не «скачком», а постепенно увеличивается с возрастанием коэффициента водонасыщенности.

Если пласт слоисто-неоднородный, состоит из прослоев (пропластков) разной проницаемости, то для каждого i -го пропластка образуются свои зоны 1, 2, 3. Время трансформации фильтрации для каждого прослоя будет свое, определяемое по формулам (9), (12), (13). При отсутствии перетоков между пропластками (в рамках принятой модели Рапопорта – Лиса) возможны следующие граничные условия: расход закачиваемой в пласт воды следует распределить пропорционально коэффициентам проводимости $k_i h_i$ пропластков [8, 15] или принять, что забойное давление постоянно во всех пропластках [11]. Отметим, что каждый случай требует отдельного исследова-

ния. Каналы НФС соответствуют высокопроницаемым пропласткам (ВП). Для стационарной фильтрации установлено наличие «языков» воды в наиболее проницаемых участках пласта, которое осуществляется по ВП. Изменение коэффициента водонасыщенности определяется по формулам (29), (31), (33).

Оригинальный метод исследования распределения остаточных подвижных запасов нефти в неоднородном по латерали пласте предложен М.И.Максимовым в монографии [8]. Показано, что в зависимости расположения зон проницаемостью 40, 200, 1000 мД в неоднородном по площади пласте имеет место «саморегулирование разработки». На наш взгляд, это следствие перетоков флюидов (см. рис.2, б), индивидуальное для каждой зоны.

В 50-х годах XX в. В.Н.Щелкачевым [18] сформулированы условия (критерии) применения форсированного отбора жидкости (ФОЖ), рекомендованные для эксплуатационных объектов (ЭО), находящихся на поздней стадии разработки: обводнение продукции не менее 90 %, высокие коэффициенты продуктивности, устойчивость коллектора и т.д. Считаем, что большое значение коэффициента обводненности не является решающим критерием определения поздней четвертой стадии ЭО.

Как известно, технология ФОЖ заключается в поэтапном изменении режимов работы добывающих и нагнетательных скважин, в создании высоких градиентов давлений в пласте, позволяющих вовлечь в разработку низкопроницаемые прослои, тупиковые, застойные зоны. Это приводит к изменению направлений фильтрационных потоков, а наличие гидродинамической связи между разнопроницаемыми пропластками осуществляет вовлечение в разработку низкопроницаемых разностей, т.е. циклическое заводнение. Следовательно, имеет место комбинированное нестационарное заводнение. Существование областей 3, сформированных в результате трансформации фильтрационных потоков и содержащих подвижные неизвлеченные запасы нефти, свидетельствует о необходимости применения методов увеличения нефтеотдачи (МУН), ранее не задействованных на данном ЭО. Существуют методики, определяющие плотность запасов нефти в областях, не охваченных разработкой, в частности способ Вороного. В многочисленных научных работах последних лет [15, 16] рекомендуется ввод в эксплуатацию вторых стволов с пологим и горизонтальным окончанием и многостадийный гидроразрыв пласта. Длина ствола в продуктивном пласте, как следует из приведенных выше расчетов, не должна превышать радиуса зоны дренирования R_2 добывающей скважины (рис.2, б). Методы расчета горизонтальной дрены в пласте достаточно полно рассмотрены в литературе [15, 16].

Таким образом, изменение направления фильтрационных потоков ведет к формированию линейных каналов фильтрации между эксплуатационными скважинами и образованию зон, не охваченных разработкой (рис.3). Очевидно, что это необходимо учитывать при проектировании и расположении вторых стволов для эффективной выработки запасов нефти.

Поскольку забойное давление нагнетательных скважин превышает начальное пластовое p_0 , а забойное давление добывающих скважин, наоборот, меньше p_0 , то в пласте будет существовать линия изобар, соответствующая ему – G_0 . Причем существование линии G_0 не зависит от выбранной физической модели. Расположение этой линии в пространстве зависит от граничных условий, влияет на формирование потоков фильтрации. С другой стороны, изобара G_0 ограничивает области эффективного воздействия всех существующих МУН: гидродинамических, физико-химических, газовых, тепловых, ГРП, зон эффективной эксплуатации горизонтальных окончаний скважин и т.д. Наличие перетоков флюидов в горизонтальной плоскости (см. рис.2, б), а также перетоки в гидродинамически связанных пропластках в слоисто-неоднородных пластах влияют на эффективность применяемых технологий.

Выводы

1. Исследованием традиционной технологии заводнения с применением модели Рапопорта – Лиса непоршневого вытеснения нефти водой для плоскорадиальной фильтрации с учетом и без учета конечного эффекта установлено, что изменение градиента капиллярного давления практически не влияет на распределение коэффициентов насыщенности в зоне двухфазной фильтрации.

2. Моделированием одновременной работы нагнетательной и добывающей скважин выявлено, что плоскорадиальная фильтрация трансформируется в прямолинейно-параллельный поток. Определено время этого процесса и распределение коэффициентов водонасыщенности при прямолинейно-параллельной фильтрации в бесконечном и конечном (замкнутом) пласте.

3. На примере рассмотренной модели установлены зоны пласта, содержащие 22 % неизвлеченных запасов нефти. В реальных условиях разработки эксплуатационного объекта могут быть получены более негативные результаты.

4. Для слоисто-неоднородного пласта без учета перетоков между пропластками предложена схема определения коэффициентов водонасыщенности в каждом прослое.

5. Установлены критерии возможного размещения каналов низкого фильтрационного сопротивления по латерали и толщине пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И.Баренблатт, В.М.Ентов, В.М.Рыжик. М.: Недра, 1984. 211 с.
2. Желтов Ю.П. Разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 1998. 365 с.
3. Зозуля Г.П. Физика нефтяного и газового пласта / Г.П.Зозуля, Н.П.Кузнецов, А.К.Ягафаров; ТюмГНГУ. Тюмень, 2006. 244 с.
4. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 140 с.
5. Коротенко В.А. Интерпретация результатов трассерных исследований с учетом конвективного массопереноса / В.А.Коротенко, С.И.Грачев, А.Б.Кряквин // Записки Горного института. 2019. Т. 236. С. 185-193. DOI: 10.31897/PMI.2019.2.185
6. Коротенко В.А. Особенности фильтрации и вытеснения нефти из аномальных коллекторов / В.А.Коротенко, Н.П.Кушакова; Тюменский индустриальный университет. Тюмень, 2018. 150 с.
7. Крэйг Ф.Ф. Разработка нефтяных месторождений при заводнении: Пер. с англ. / Под ред. В.Л.Данилова. М.: Недра, 1974. 192 с.
8. Максимов М.И. Геологические основы разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 1975. 534 с.
9. Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 606 с.
10. Механика насыщенных поровых сред / В.Н.Николаевский, К.С.Басниев, А.Т.Горбунов, Г.А.Зотов. М.: Недра, 1970. 336 с.
11. Мирзаджанзаде А.Х. Физика нефтяного и газового пласта / А.Х.Мирзаджанзаде, И.М.Аметов, А.Г.Ковалев. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 280 с.
12. Михайлов Н.Н. Остаточное нефтенасыщение разрабатываемых пластов. М.: Недра, 1992. 270 с.
13. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
14. Подземная гидравлика / К.С.Басниев, А.М.Власов, И.Н.Кочина, В.М.Максимов. М.: Недра, 1986. 303 с.
15. Телков А.П. Гидромеханика пласта применительно к нефтегазопромысловым задачам разработки месторождений наклонно-направленными и горизонтальными стволами / А.П.Телков, С.И.Грачев. СПб: Наука, 2012. 160 с.
16. Телков А.П. Гидромеханика пласта применительно к прикладным задачам разработки нефтяных и газовых месторождений: В 2 ч. / А.П.Телков, С.И.Грачев; ТюмГНГУ. Тюмень, 2009. Ч. 1. 240 с.
17. Трансформация процессов фильтрации при разработке залежей углеводородов / В.А.Коротенко, С.И.Грачев, Н.П.Кушакова, Р.Р.Сабитов // Успехи современного естествознания. 2017. № 2. С. 86-93.
18. Щелкачев В.Н. Разработка нефтеносных пластов при упругом режиме. М.: Гостоптехиздат, 1959. 467 с.

Авторы: С.И.Грачев, д-р техн. наук, профессор, grachevsi@tyuiu.ru (Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия), В.А.Коротенко, канд. техн. наук, доцент, korotenkova@tyuiu.ru (Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия), Н.П.Кушакова, канд. техн. наук, доцент, kushakovap@tyuiu.ru (Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия).

Статья поступила в редакцию 30.05.2019.

Статья принята к публикации 12.09.2019.