Б.Р.РАКИШЕВ, М.С.КУШПАНОВ
Казахский национальный технический университет им. Каныша Сатпаева,
г.Алматы, Республика Казахстан

УДЕЛЬНЫЕ ЭНЕРГОЗАТРАТЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ ДРОБЛЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Известно, что в технологических процессах бурения, взрывания, дробления и измельчения в зависимости от условий и характера приложения внешней нагрузки на разрушение единицы объема горных пород затрачивается различное количество энергии. Удельная работа разрушения, исходя из энергетической теории прочности, может быть определена на основе формулы

$$A_o = \sigma^2 / 2E, \tag{1}$$

где σ – предел прочности материала; E – модуль его упругости.

Однако следует обратить внимание на то, что по мере уменьшения размеров испытываемого объекта возрастает его сопротивляемость разрушению, это является следствием проявления масштабного эффекта [1-6]. Для ряда горных пород предел прочности в таких случаях выражается формулой [5]

$$\sigma = \sigma_0 + k_1/\sqrt{x}, \tag{2}$$

где σ_0 – предел прочности стандартного образца, при котором влиянием масштабного эффекта можно принебречь; x – линейный размер куска породы; k_1 – постоянная, определяемая, в свою очередь, из равенства [1]

$$k_1 = [6\pi\gamma G/(1-\nu)]^{1/2}; \tag{3}$$

γ – удельная поверхностная энергия; G – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона.

Для выявления упомянутого эффекта рассмотрим два куска породы с размерами x и x - Δx соответственно. Согласно выражению (1) с учетом зависимости (2) работа разрушения куска 1 и куска 2 соответственно

$$A_1 = \left(\sigma_0 + k_1/\sqrt{x}\right)^2 x^3/2E$$

и

$$A_2 = \left(\sigma_0 + k_1/\sqrt{x-\Delta x}\right)^2 (x-\Delta x)^3/2E.$$

Нетрудно убедиться , что приращение работы разрушения $\Delta A = A_2 - A_1$ при условии $\Delta x << x$ с точностью до малых второго порядка выразится зависимостью

$$\Delta A = -\left(3\sigma_0^2 x^2 + 5\sigma_0 k_1 x^{3/2} + 2k_1^2 x\right)\Delta x/2E. \tag{4}$$

На основе уравнения (4) удельная работа разрушения при бесконечно малом сокращении крупности куска может быть представлена в виде

$$dA_0 = -\left(3\sigma_0^2/x + 5\sigma_0 k_1/x^{3/2} + 2k_1^2/x^2\right)dx/2E, \tag{5}$$

Суммарный расход энергии на сокращение крупности куска от исходной D до конечной d определяется интегрированием (5) в соответствующих пределах, т.е.

$$A_0 = -\frac{3\sigma_0^2}{2E}\int_D^d \frac{dx}{x} - \frac{5\sigma_0 k_1}{2E}\int_D^d \frac{dx}{x^{3/2}} - \frac{k_1^2}{E}\int_D^d \frac{dx}{x^2}, \tag{6}$$

Вычисление зависимости (6) приводит к соотношению

$$A_0 = \frac{3\sigma_0^2}{2E}\ln\frac{D}{d} + \frac{5\sigma_0 k_1}{2E}\left(\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}}\right) + \frac{k_1^2}{E}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D}\right). \tag{7}$$

Как видно из выражения (7), удельная работа разрушения породы поставлена в явную, достаточно сложную зависимость от степени ее дробления и физико-механических характеристик. Выражение содержит как объемную, так и поверхностную составляющие энергозатрат. Эти результаты находятся в полном согласии с гипотезой Ребиндера. Полная работа разрушения равна сумме энергозатрат, определяемых формулами законов дробления Кирпичева – Кика, Бонда и Риттингера вместе взятых.

Действительно, первое слагаемое (7) выражает закон Кирпичева – Кика, согласно которому работа разрушения пропорциональна объему породы и в зависимости от средней крупности исходного материала $D_{ср}$ и конечного продукта $d_{ср}$ имеет вид

$$A_К = k_К\left(\lg\frac{1}{d_{ср}} - \lg\frac{1}{D_{ср}}\right), \quad (8)$$

где $k_К$ – коэффициент пропорциональности.

Третья составляющая (7) отражает суть гипотизы Риттингера, в соответствии с которой работа дробления пропорциональна вновь образующейся поверхности и с учетом величин $D_{ср}$ и $d_{ср}$ запишется в форме

$$A_R = k_R\left(\frac{1}{d_{ср}} - \frac{1}{D_{ср}}\right), \quad (9)$$

где k_R – коэффициент пропорциональности.

Второе слагаемое уравнения (7) представляет собой закон Бонда, предполагающий пропорциональность работы дробления среднегеометрической величине из объема и площади поверхности куска породы и выражающий эту работу через $D_{ср}$ и $d_{ср}$ в виде

$$A_Б = k_Б\left(\frac{1}{\sqrt{d_{ср}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{ср}}}\right), \quad (10)$$

где $k_Б$ – постоянная закона.

В уравнении (7) коэффициенты пропорциональностей перечисленных законов удачно взаимоувязываются с прочностными, упругими свойствами материала, степенью его разрушения, что создает предпосылки для практического использования данного соотношения в инженерном деле.

Проведенный анализ убедительно показывает, что каждый из распространенных эмпирических законов дробления является частым случаем более общего закона дробления (7), полученного на основе теоретического анализа универсального энергетического критерия разрушения (1) с учетом масштабного эффекта. Новая закономерность охватывает широкий, практический неограниченный интервал крупности продуктов разрушения при дроблении и измельчении горных пород.

Как известно, перечисленные эмпирические формулы законов дробления не позволяют произвести конкретный количественный расчет энергозатрат ввиду невозможности вычисления входящих в них коэффициентов пропорциональностей. Поэтому они используются для относительной оценки работы дробления. Причем закон Кирпичева – Кика применяется в области крупного, закон Бонда – в области среднего и закон Риттингера – в области мелкого дробления.

Что же касается уравнения (7), то по нему можно рассчитать абсолютную величину работы, затрачиваемую на собственное разрушение пород при любом уровне дробления. Это становится реальностью вследствие возможности вычисления коэффициентов пропорциональности $k_К$, k_R, $k_Б$ по физико-механическим характеристикам горных пород.

Фактический удельный расход энергии, включающий всевозможные непроизводительные потери, для определенного интервала крупности устанавливается прямыми замерами. По соотношению указанных видов энергии нетрудно определить КПД процесса дробления. Использование этого показателя позволяет решить и обратную задачу, т.е. по фиксированному виду энергии найти другой ее вид. Такой подход оказывается продуктивным при анализе разрозненных литературных данных, а также результатов разнонаправленных исследований.

Вполне естественно, что на структуру закономерностей изменения энергозатрат на дробление пород определенное влияние оказывает конкретное математическое выражение масштабного эффекта. Например, для значительной группы горных пород (кварц, кальцит и др.), для которых масштабный фактор выражается формулой Л.А.Шрейнера, искомое уравнение приобретает вид [3]

$$A=\frac{3\sigma_0^2}{2E}\ln\frac{D}{d}+\frac{2\sigma_0 k}{E\rho}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{D}\right)+\frac{k^2}{4E\rho}\left(\frac{1}{d^2}-\frac{1}{D^2}\right), \tag{11}$$

где k – постоянная масштабного эффекта.

Расчеты, выполненные по формуле (11), показывают, что в интервале крупности от D = = 20 мм до d = 1 мм значение A для кварца равняется $3{,}44\cdot10^{-2}$ кВт·ч/т. Фактический удельный расход энергии зафиксирован на уровне 4,53 кВт·ч/т [3]. КПД процесса составляет 0,76 %. Этот показатель хорошо согласуется с результатами, полученными другими авторами, исходя из иных предпосылок. Кроме того, если экспериментально установленный удельный расход энергии для конечной крупности 0,1 мм составляет 13,57 кВт·ч/т, то расчетное значение равняется 13,98 кВт·ч/т, т.е. совпадение сопоставляемых характеристик полное.

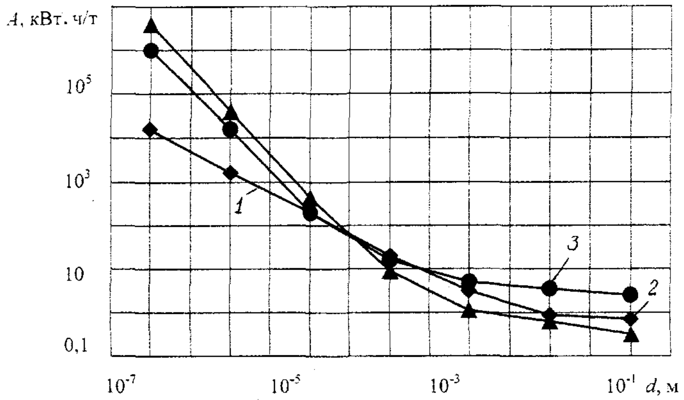
Результаты вычислений энергозатрат на дробление и измельчение апатита и кварца по уравнению (11) при изменении конечной крупности в достаточно широком интервале приведены в таблице.

Удельный расход энергии на сокращение крупности апатита (числитель) и кварца (знаменатель)

d, м	A_1, Дж/кг	A_2, Дж/кг	A_3, Дж/кг	A_0, Дж/кг	A_0, кВт·ч/т	$A_р$, кВт·ч/т
10^{-1}	84,4 / 68,8	12,45 / $0{,}66\cdot10^{-1}$	2,9 / $5{,}8\cdot10^{-5}$	97,75 / 68,87	$27{,}2\cdot10^{-3}$ / $19{,}1\cdot10^{-3}$	0,55 / 2,51
10^{-2}	84,4 / 68,8	39,42 / 0,659	29,2 / $5{,}8\cdot10^{-3}$	151,02 / 69,46	$41{,}9\cdot10^{-3}$ / $19{,}3\cdot10^{-3}$	0,85 / 2,54
10^{-3}	188,4 / 157,0	178,5 / 7,81	344,1 / $5{,}8\cdot10^{-1}$	710,6 / 165,4	$19{,}7\cdot10^{-2}$ / $45{,}9\cdot10^{-3}$	4,01 / 6,04
10^{-4}	293,6 / 245,2	638,8 / $7{,}94\cdot10$	$3{,}49\cdot10^{3}$ / 5,8	$4{,}43\cdot10^{3}$ / 382,6	1,23 / $10{,}6\cdot10^{-2}$	25,3 / 13,98
10^{-5}	399,2 / 333,4	$2{,}08\cdot10^{3}$ / $7{,}94\cdot10^{2}$	$3{,}5\cdot10^{4}$ / $5{,}8\cdot10^{3}$	$3{,}75\cdot10^{4}$ / $6{,}93\cdot10^{3}$	10,04 / 1,92	203,2 / 252,6
10^{-6}	504,8 / 421,6	$6{,}63\cdot10^{3}$ / $7{,}94\cdot10^{3}$	$3{,}5\cdot10^{5}$ / $5{,}8\cdot10^{5}$	$3{,}57\cdot10^{5}$ / $5{,}88\cdot10^{5}$	92,2 / 163,3	$2\cdot10^{3}$ / $2{,}14\cdot10^{4}$
10^{-7}	610,4 / 509,8	$2{,}1\cdot10^{4}$ / $0{,}66\cdot10^{4}$	$3{,}5\cdot10^{6}$ / $5{,}8\cdot10^{7}$	$3{,}52\cdot10^{6}$ / $5{,}8\cdot10^{7}$	$9{,}8\cdot10^{2}$ / $16{,}1\cdot10^{3}$	$1{,}99\cdot10^{4}$ / $2{,}12\cdot10^{6}$
10^{-8}	716 / 597,9	$6{,}7\cdot10^{4}$ / $7{,}94\cdot10^{5}$	$3{,}5\cdot10^{7}$ / $5{,}8\cdot10^{9}$	$3{,}51\cdot10^{7}$ / $5{,}8\cdot10^{9}$	$9{,}8\cdot10^{3}$ / $16{,}1\cdot10^{5}$	$1{,}99\cdot10^{5}$ / $2{,}12\cdot10^{8}$

Как видно из анализа данных таблицы, каждое из слагаемых суммарной работы разрушения своеобразно зависит от степени дробления материала. В частности, составляющая A_2, особенно A_3, с ростом степени дробления возрастает значительно быстрее, чем составляющая A_1, определяемая по формуле закона Кирпичева – Кика. Таким образом, уравнение (11) раскрывает причину отклонения энергозатрат в области тонкого измельчения от эмпирического закона Кирпичева – Кика.

Далее, по известным физико-механическим характеристикам и постоянной масштабного эффекта по формуле (11) вычислены значения удельных энергозатрат для кальцита. Эти результаты совместно с данными таблицы графически представлены на рисунке. Видно, что в области крупности зерен материала, где действует в основном закон Кирпичева - Кика, удельная работа разрушения кальцита значительно ниже, чем кварца. По мере уменьшения линейных размеров частиц наблюдается постепенное сближение этих характеристик. В районе крупности 10^{-5} м численное значение анализируемых величин становится одинаковым. При дальнейшем сокращении крупности работа разрушения кальцита растет быстрее, чем кварца. В случае апатита энергозатраты в области высокой дисперсности в логарифмической шкале растут линейно. Такой ход событий обуславливается третьей составляющей выражения (11).



Зависимость удельного расхода энергии от крупности материала
1 – кварц; 2 – апатит; 3 – кальцит

В целом графики зависимости удельного расхода энергии от размеров продуктов разрушения в логарифмической шкале имеют вид, близкий к известной диаграмме Р.Хукки [6], что служит еще одним и не менее важным подтверждением правомерности аналитически выведенных зависимостей (7) и (11).

В заключение следует отметить, что попытки поиска обобщающего закона дробления, из которого вытекали бы, как частные известные эмпирические соотношения (8)-(10), предпринимались и раньше. Так, по мнению В.И.Кармазина и Г.К.Татура (1945 г.), формула

$$A = k\left[(D/d)^q - 1\right]/q \tag{12}$$

после раскрытия неопределенности при $q = 0$; 0,5 и 1 приобретает форму законов соответственно Кирпичева – Кика, Бонда и Риттингера.

По гипотезе А.К.Рунквиста (1956 г.) работа разрушения горных пород в общем виде описывается уравнением

$$A = kD^m\left(i^{3m} - 1\right)/(3 - m), \tag{13}$$

где k – коэффициент пропорциональности; m – некоторая постоянная.

Выражение (13) при $m = 2$; 2,5 и 3 представляет законы соответственно Риттингера, Бонда и Кирпичева – Кика.

Согласно Р.Т.Чарльзу (1957 г.) удельный расход энергии на сокращение крупности зерен материала определяется из выражения

$$dA = -k\,dx/x^m, \tag{14}$$

где k, m –эмпирически подбираемые постоянные; x – линейный размер частиц материала.

Интегрирование уравнения (14) при m =1; 1,5 и 2 приводит к законам соответственно Кирпичева – Кика, Бонда и Риттингера.

Соотношения (12)-(14) не имеют физического обоснования, вопрос о дискретности значений параметров q и m остается открытым, в то время как зависимости (7), (11) вытекают из универсальной энергетической теории разрушения твердых тел и они освобождены от отмеченных недостатков.

Таким образом, теоретически полученные уравнения (7) и (11) объединяют известные, распространенные эмпирические законы дробления, раскрывают физический смысл каждого из коэффициентов пропорциональностей, присутствующих в эти формулах. Поэтому как физически обоснованные они могут быть использованы для определения численного значения полной работы разрушения горных пород при различных уровнях дробления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Разрушение твердых тел // Сб. трудов международной конференции / Пер. с англ. М.: Металлургия, 1967. 500 с.

2. *Ракишев Б.Р.* Уравнения кинетики сокращения крупности минеральных образований / Б.Р.Ракишев, М.С.Кушпанов // Докл. МН – АН РК. 1997. № 3. С.41- 45.

3. *Ракишев Б.Р.* Энергоемкость механического разрушения горных пород. Алматы: Баспагер, 1998. 216 с.

4. *Ржевский В.В.* Основы физики горных пород / В.В.Ржевский, Г.Я.Новик. М.: Недра, 1984. 359 с.

5. *Черепанов Г.П.* Механика разрушения горных пород в процессе бурения. М.: Недра, 1987. 308 с.

6. *Hukki R.T.* Proposal for a solomonic settiement between the theorier of von Rittinger, Kick and Bond // Trans. A.I.M.E. 1961. 220. P. 403-408.