УДК 533.9.082

А.С.МУСТАФАЕВ, *д-р физ.-мат. наук, профессор, alexmustafaev@yandex.ru*
А.Ю.ГРАБОВСКИЙ, *аспирант, schwer@list.ru*
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

A.S.MUSTAFAEV, *Dr. in phys.& math., professor, alexmustafaev@yandex.ru*
A.Y.GRABOVSKIY, *post-graduate student, schwer@list.ru*
National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

ДИАГНОСТИКА ЗЕРКАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ ПЛАЗМЫ ЗОНДАМИ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В работе дальнейшее развитие получил зондовый метод диагностики анизотропной плазмы. Разработаны теоретические основы метода определения полной функции распределения электронов по скоростям в зеркально-симметричной плазме. Для зондов различных геометрий получены аналитические соотношения, связывающие вторую производную зондового тока по потенциалу с мультипольными моментами функции распределения электронов по скоростям.

Ключевые слова: зонд, зеркально-симметричная плазма, функция распределения электронов, лежандровы компоненты.

DIAGNOSTICS OF THE MIRROR-SYMMETRICAL PLASMA BY PROBES OF VARIOUS GEOMETRY

This paper deals with the further development of the probe method for the investigation of the anisotropic plasma. The theoretical basis of the method for determining the full electron velocity distribution function in the mirror-symmetric plasma has been developed. For probes of different geometries the analytical expressions, which connects the second derivative of probe current with respect to the potential with the multipole moments of the electron velocity distribution function has been obtained.

Key words: probe, mirror-symmetric plasma, electron distribution function, legendre components.

Введение. В последнее время значительно возрос интерес к анизотропной плазме в связи с необходимостью разработки нового поколения приборов радиационно-стойкой плазменной энергетики: управляемых стабилизаторов тока и напряжения, сеточных ключевых элементов, мощных генераторов электромагнитного излучения, термоэмиссионных преобразователей и др. Однако уже сегодня очевидно, что решение таких задач невозможно без знания основных характеристик плазмы и умения управлять ими.

Одна из серьезных проблем в анизотропной плазме – это измерение функции распределения электронов (ФРЭ), определяющей протекание почти всех плазменных процессов. Эта проблема сопряжена также с наибольшими трудностями [1,2]. Измерению анизотропных функций распределения на оси разряда посвящено большое число работ [3-6], в то время как исследования ФРЭ внеосевой области разряда практически отсутствуют. Между тем эта информация является весьма важной, а в ряде случаев – принципиальной.

В работе [7] было показано, что для корректного описания кинетики процессов, имеющих место при низком давлении, необходимо принимать во внимание не только продольное, но и радиальное электрическое поле, обусловленное поперечной неоднородностью плазмы.

В работе [8] показана необходимость измерения конуса потерь, определяющего процессы, связанные с уходом электронов на стенку и оказывающие решающее влияние на форму ФРЭ.

Решение таких задач предполагает зондовые измерения вне оси симметрии плазмы (например, в пристеночных регионах плазменных приборов), в плоскости зеркальной симметрии. В связи с этим нами разработан метод измерения полной ФРЭ в зеркально-симметричной плазме, являющийся развитием метода диагностики, предложенного в [9, 10].

Функция распределения электронов в анизотропной аксиально-симметричной плазме. В анизотропной плазме функция распределения электронов по скоростям, как правило, также является анизотропной. Функция распределения в сферической системе координат [9, 10]

$$f(\vec{r};\vec{v}) = f(\vec{r};v;\theta;\varphi), \qquad (1)$$

где v, θ, φ – соответственно модуль скорости электрона, полярный и азимутальный углы направления движения.

Если функция (1) дважды дифференцируема по угловым координатам, то ее можно представить рядом по полиномам Лежандра:

$$f = \sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{1}{2} f_{j0}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta) + \right.$$
$$+\sum_{m=1}^{j} P_j^m(\cos\theta)\{f_{jm}(\vec{r};v)\cos m\varphi +$$
$$\left. + f'_{jm}(\vec{r};v)\sin\varphi\}\right], \qquad (2)$$

где $P_j(\cos\theta)$ и $P_j^m(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра.

В сферической системе координат с полярной осью, совпадающей с осью симметрии плазмы, представление функции распределения (2) существенно упрощается [11]:

$$f(\vec{r};v;\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} f_j(\vec{r};v)P_j(\cos\theta). \qquad (3)$$

Отметим, что азимутальный угол φ не входит в представление функции распределения (3) ввиду аксиальной симметрии плазмы и соответствующей ориентации сферической системы координат.

Функция распределения электронов в зеркально-симметричной плазме. Корректное описание кинетики процессов, имеющих место в плазме при низком давлении, предполагает учет радиальных электрических полей, а также процессов, связанных с уходом электронов на стенки [7,8]. Для этого необходимо знать поперечный профиль потенциала, концентрацию плазмы, распределение электронов по энергии и значение потенциала стенки. В связи с этим зондовая диагностика наталкивается на необходимость проведения измерений вне оси аксиальной симметрии плазмы, т.е. в плоскости зеркальной симметрии.

Таким образом, зеркально-симметричная плазма реализуется во внеосевой области разряда. В этом случае диффузионный и полевой потоки заряженных частиц не направлены по одной прямой, и теория зондового метода, разработанная для случая аксиальной симметрии, неприменима.

Плоскостью зеркальной симметрии будет плоскость, в которой расположены направления как диффузионного, так и полевого потоков заряженных частиц. Если в указанной плоскости расположить полярную ось сферической системы координат и для этой же плоскости положить $\varphi = 0$, то тогда представление функции распределения (2) должно быть четным по отношению к изменению знака азимутального угла φ (учет зеркальной симметрии). Таким образом, лежандровы компоненты f'_{jm} в представлении (2) должны равняться нулю, т.е. для зеркально-симметричной плазмы имеем следующее представление функции распределения:

$$f(\vec{r};v;\theta;\varphi) = \sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{1}{2} f_{j0}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta) + \right.$$
$$\left. + \sum_{m=1}^{j} f_{jm}(\vec{r};v)P_j^m(\cos\theta)\cos m\varphi\right]. \qquad (4)$$

ISSN 0135-3500. Записки Горного института. Т.206

Вполне естественно, что лежандровы компоненты функции распределения $f_{jm}(r;\ v)$ в неявном виде зависят от направлений диффузионного и полевого потоков заряженных частиц. Проведем учет этой зависимости для частного случая зеркально-симметричной плазмы, для которой диффузионный и полевой потоки заряженных частиц независимы.

В этом случае функция распределения электронов по скоростям может быть представлена в первом приближении следующим образом [12]:

$$f(\vec{r};v;\theta;\varphi) = \sum_{j=0}^{\infty} f_{jG}(\vec{r};v)P_j(\cos\gamma_G) + \sum_{j=0}^{\infty} f_{jE}(\vec{r};v)P_j(\cos\gamma_E), \quad (5)$$

где γ_G, γ_E – углы между произвольным направлением и осями диффузионного и полевого потоков соответственно.

В соответствии с теоремой сложения для полиномов Лежандра имеем

$$P_j(\cos\gamma_G) = P_j(\cos\theta)P_j(\cos\theta_G) + 2\sum_{m=1}^{j}\frac{(j-m)!}{(j+m)!}P_j^m(\cos\theta)P_j^m(\cos\theta_G)\cos m\varphi \quad (6)$$

и аналогично для угла γ_E:

$$P_j(\cos\gamma_E) = P_j(\cos\theta)P_j(\cos\theta_E) + 2\sum_{m=1}^{j}\frac{(j-m)!}{(j+m)!}P_j^m(\cos\theta)P_j^m(\cos\theta_E)\cos m\varphi, \quad (7)$$

где θ_G, θ_E – полярные углы произвольного направления диффузионного и полевого потоков соответственно.

Выражение для функции распределения электронов (5) после использования соотношений (6, 7) перепишем в виде

$$f(\vec{r};v;\theta;\varphi) = \sum_{j=0}^{\infty}\Big\{\Big[f_{jG}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta_E) + f_{jE}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta_E) + f_{jE}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta_E) + 2\sum_{m=1}^{j}\frac{(j-m)!}{(j+m)!}\Big[f_{jG}(\vec{r};v)\Big]P_j^m(\cos\theta_G) + f_{jE}(\vec{r};v)P_j^m(\cos\theta_E)\Big]\,P_j^m(\cos\theta_E)\cos m\varphi\Big\}. \quad (8)$$

Сравнение полученного выражения и представления (5) определяет следующую связь между лежандровыми компонентами ФРЭС:

$$\frac{1}{2}f_{j0} = f_{jG}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta_G) + f_{jE}(\vec{r};v)P_j(\cos\theta_E); \quad (9)$$

$$f_{jm} = f_{jG}(\vec{r};v)P_j^m(\cos\theta_G) + f_{jE}(\vec{r};v)P_j^m(\cos\theta_E). \quad (10)$$

Последние соотношения конкретизируют упомянутую выше неявную зависимость лежандровых компонент функции распределения от направлений диффузионного и полевого потоков заряженных частиц.

Возможности зондового метода при определении функции распределения электронов по скоростям в зеркально-симметричной низкотемпературной плазме. *Плоский односторонний зонд.* Допустим, что функция распределения электронов по скоростям в зеркально-симметричной плазме представлена соотношением (5). Как уже указывалось ранее, это возможно, если диффузионный и полевой потоки заряженных частиц независимы. Структура соотношения (5) в формально-математическом смысле аналогична выражению (3), однако функциональных коэффициентов, подлежащих определению, теперь в 2 раза больше.

В работе [10] получена система уравнений, позволяющая находить конечное число лежандровых компонент функции распределения f_j в аксиально-симметричной плазме:

$$j_u''(\vec{r};eu;\phi_0) = \frac{2\pi e^3}{m^2}\sum_{j=0}^{\infty}F_j(\vec{r};eu)P_j(\cos\phi_0); \quad (11)$$

$$F_j(\vec{r};eu) = f_j(\vec{r};eu) - \int_{eu}^{\infty} f_j(\vec{r};\varepsilon)\frac{\partial}{\partial(eu)}P_j\left(\sqrt{\frac{eu}{\varepsilon}}\right)d\varepsilon, \quad (12)$$

$$j = 0, 1, 2, \ldots$$

Покажем, что основные уравнения (11, 12) в случае зеркально-симметричной плазмы трансформируются в следующие соотношения:

$$j_u''(\vec{r};eu) = \frac{2\pi e^3}{m^2}\sum_{j=0}^{\infty}\Big\{F_{jE}(\vec{r};eu)P_j(\cos\phi_{0E}) +$$
$$+ F_{jG}(\vec{r};eu)P_j(\cos\phi_{0G})\Big\}; \qquad (13)$$

$$F_{jE}(\vec{r};eu) =$$
$$= f_{jE}(\vec{r};eu) - \int_{eu}^{\infty} f_{jE}(\vec{r};eu)\frac{\partial}{\partial(eu)}P_j\left(\sqrt{\frac{eu}{\varepsilon}}\right)d\varepsilon; \quad (14)$$

$$F_{jG}(\vec{r};eu) =$$
$$= f_{jG}(\vec{r};eu) - \int_{eu}^{\infty} f_{jG}(\vec{r};\varepsilon)\frac{\partial}{\partial(eu)}P_j\left(\sqrt{\frac{eu}{\varepsilon}}\right)d\varepsilon, \quad (15)$$

где ϕ_{0E}, ϕ_{0G} – углы между нормалью к поверхности плоского одностороннего зонда и направлениями полевого и диффузионного потоков заряженных частиц соответственно.

Если направления диффузионного и полевого потоков заряженных частиц известны априорно или из предварительных независимых экспериментов, то измерения $j_u''(\vec{r};eu)$ для набора углов ϕ_{0E} и ϕ_{0G} формируют из уравнения (13) систему для определения вспомогательных функций $F_{jE}(\vec{r}; eu)$ и $F_{jG}(\vec{r}; eu)$. Последующее определение f_{jE} и f_{jG} по уравнениям (14, 15) связано с решением этих интегральных уравнений. Отметим добавочно, что углы ϕ_{0E} и ϕ_{0G} не являются независимыми. Действительно, если измерения производятся плоским односторонним зондом и нормаль к его поверхности лежит в плоскости расположения направлений диффузионного и полевого потоков заряженных частиц, то

$$\phi_{0E} - \phi_{0G} = \psi, \qquad (16)$$

где угол ψ фиксирован при конкретных плазменных условиях.

Из вышесказанного следует, что измерения положения зонда должны производиться так, чтобы нормаль к его поверхности располагалась в плоскости зеркальной симметрии. Тогда соотношение (16) будет выполняться для всех используемых ориентаций зонда и, следовательно, может быть использовано совместно с уравнением (13).

Применение плоского двустороннего и двойного зондов и определение оси симметрии в плазме. Как правило, пространственное расположение оси симметрии плазмы априорно известно и определяется геометрией или иными особенностями объекта исследования. Однако возможно и независимое экспериментальное определение направления оси симметрии плазмы. Для этой цели должен быть использован плоский двойной зонд. Действительно, если плоский двойной зонд состоит из двух идентичных коллектирующих плоскостей, то в том случае, когда ось симметрии плазмы лежит в плоскости зонда, токи, собираемые коллекторами зонда, одинаковы. Баланс нарушается при любом другом расположении зонда, что и позволяет находить пространственное положение оси симметрии плазмы.

Сферический зонд. Проинтегрируем выражение (13) по поверхности сферического зонда. Используя (14, 15), получим выражение для второй производной зондового тока по потенциалу зонда:

$$j_u''(\vec{r};eu) = \frac{2\pi e^3}{m^2}\left[f_{0E}(eu) + f_{0G}(eu)\right], \quad (17)$$

где S – площадь сферического зонда

Выражение, стоящее в прямых скобках, с точностью до множителя соответствует распределению электронов по модулю скорости.

Таким образом, вторая производная электронной компоненты тока сферического зонда определяется только распределением электронов по модулю скорости и нечувствительна к другим лежандровым компонентам распределения. Указанное свойство сохраняется при анизотропии плазмы любого типа.

Выводы

Сформулируем основные результаты работы:

1. Теоретически показано, что измерения, выполненные с помощью плоского од-

ностороннего зонда, позволяют определять конечное число лежандровых компонент функции распределения по скоростям не только в аксиально-симметричной, но и в зеркально-симметричной анизотропной плазме. Показано, что в этих условиях для определения ФРЭС достаточно задания лежандровых компонент $f_{jm}(\vec{r}\,; v)$.

2. Измерения, проводимые с помощью плоского двухстороннего зонда, позволяют определять лежандровы компоненты функции распределения с четными индексами.

3. Сферический зонд позволяет определять функцию распределения электронов по модулю скорости при любой анизотропии плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольтерра В.* Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М., 1982. 304 с.
2. *Демидов В.И.* Зондовые методы исследования низкотемпературной плазмы / В.И.Демидов, Н.Б.Колоколов, А.А.Кудрявцев. М., 1996. 240 с.
3. *Корн Г.* Справочник по математике / Г.Корн, Т.Корн. М., 1973. 720 с.
4. *Лебедев Ю.А.* Электрические зонды в плазме пониженного давления. URL: http: // plasma. karelia. ru›pub / fntp / Lebedev.
5. *Лапшин В.Ф.* Метод плоского одностороннего зонда для диагностики анизотропной плазмы / В.Ф.Лапшин, А.С.Мустафаев // ЖТФ. 1989. Т.59. № 2. С.35-45.
6. *Федоров В.Л.* Определение функции распределения электронов по скоростям в аксиально-симметричной плазме // ЖТФ. 1985. Т.55. Вып.5. С.926.
7. *Цендин Л.Д.* Влияние ухода электронов на стенки и поперечного электрического поля на распределение электронов по энергии в разрядах в инертных газах низкого давления / Л.Д.Цендин, Н.А.Воробьева, В.М.Миленин // ЖТФ. 1979. Т.49. Вып.4. С.763.
8. *Godyak V.A.* Probe measurements of electron-energy distributions in plasmas: what can we measure and how can we achieve reliable results? / V.A.Godyak, V.I.Demidov // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. N 44. P.1-30.
9. *Godyak V.A.* Plasma-Surface interaction and processing of materials. Deventer: Kluwer, 1990. P.95.
10. *Demidov V.I.* Reducing influence of ion current on measurements of electron velocity distributions in plasmas / V.I.Demidov, S.V.Ratynskaia, K.Rypdal // Rev. Sci. Instrum. 2002. Vol.73. P.3409.
11. Low temperature plasmas: fundamentals, technologies and techniques / Ed. by R. Hippler. Berlin: Wiley, 2008. P.131.
12. *Tsendin L.D.* Current trends in electron kinetics of gas discharges // Plasma Sources Sci. Technol. 2003. N 12. P.51-63.
13. *Mustafaev A.S.* Probe Method for Investigation of Anisotropic EVDF. Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges // NATO international scientific session, 1998 / Ed. by U.Kortshagen, L.Tsendin. NY & London: Plenum Press // NATO ASI Series B: Physics. 1998. Vol.367. P.531.

REFERENCES

1. *Volterra V.* Theory of the functional, integral- and integral-differentional equations. Moscow, 1982. 304 p.
2. *Demidov V.I., Kolokolov N.B., Kudryavtsev A.A.* Probe methods for investigation of the anisotropic plasma. Moscow, 1996. 240 p.
3. *Korn G., Korn T.* Handbook of Mathematics. Moscow, 1973. 720 p.
4. *Lebedev U.A.* Electrical probe in low-pressure plasmas. URL: http: // plasma. karelia.ru › pub / fntp / Lebedev.
5. *Lapshin V.F., Mustafaev A.S.* Flat one-sided probe method for diagnostics of the anisotropic plasma // ZTF. 1989. Vol.59. N 2. P.35-45.
6. *Fedorov V.L.* Determination of the electron velocity distribution function in axially-symmetric plasma // ZTF. 1985. Vol.55. Issue 5. P.926.
7. *Tsendin L.D., Vorobyova N.A., Milenin V.M.* The influence of electrons wall escape and the transverse electric field on the electron energy distribution in low-pressure discharges of inert gases // ZTF. 1979. Vol.49. Issue 4. P.763.
8. *Godyak V.A.* Probe measurements of electron-energy distributions in plasmas: what can we measure and how can we achieve reliable results? / V.A.Godyak, V.I.Demidov // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. N 44. P.1-30.
9. *Godyak V.A.* Plasma-Surface interaction and processing of materials. Deventer: Kluwer, 1990. P.95.
10. *Demidov V.I.* Reducing influence of ion current on measurements of electron velocity distributions in plasmas / V.I.Demidov, S.V.Ratynskaia, K.Rypdal // Rev. Sci. Instrum. 2002. Vol.73. P.3409.
11. Low temperature plasmas: fundamentals, technologies and techniques / Ed. by R. Hippler. Berlin: Wiley, 2008. P.131.
12. *Tsendin L.D.* Current trends in electron kinetics of gas discharges // Plasma Sources Sci. Technol. 2003. N 12. P.51-63.
13. *Mustafaev A.S.* Probe Method for Investigation of Anisotropic EVDF. Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges // NATO international scientific session, 1998 / Ed. by U.Kortshagen, L.Tsendin. NY & London: Plenum Press // NATO ASI Series B: Physics. 1998. Vol.367. P.531.