УДК 622.831

А.Г.ПРОТОСЕНЯ, *д-р техн. наук, профессор, kaf-sgp@mail.ru*
НГУЕН НЫ БАЙ, *аспирант, nhubayxdm@gmail.com*
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

A.G.PROTOSENYA, *Dr. in eng. sc., professor, kaf-sgp@mail.ru*
NGUYEN NHU BAY, *post-graduate student, nhubayxdm@gmail.com*
National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

МЕТОД РАСЧЕТА НОРМАЛЬНЫХ НАГРУЗОК НА КРЕПЬ СТВОЛОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ МАССИВАХ

Предложен метод расчета нормальных нагрузок на крепь стволов, сооружаемых в физически нелинейных массивах. Предполагается, что вокруг выработки формируется область предельного состояния. Деформационные свойства породного массива описываются моделью физически нелинейного тела. Для исследования напряженно-деформированного состояния пород вокруг выработки использованы уравнения деформационной теории пластичности. В качестве условий пластичности приняты предельные состояния пород Кулона.
Ключевые слова: физическая нелинейность, пластичность, напряжения, ствол, крепь, порода.

METHOD OF NORMAL LOAD PREDICTION ON VERTICAL SHAFT LINING BASED ON NONLINEAR BEHAVIOUR OF ROCK MASS

Method of normal load prediction on vertical shaft lining which is constructed in nonlinear rock mass is suggested. It is supposed, that limit state zone is formed around excavation. The deformation properties of rock mass in the suggested method are determined according to nonlinear rock model. In order to predict stress and strain state around excavation the equations of deformation plasticity theory are used. The Mohr-Coulomb strength criteria is taken as a yield surface.
Key words: nonlinear, plasticity, stresses, shaft, lining, rock.

Постановка задачи. Для расчета нагрузок на крепь стволов в настоящее время наибольшее распространение получили схемы, основанные [1, 3] на взаимодействии системы «крепь – порода». В данной работе предлагается дальнейшее развитие методов расчета нагрузок с учетом нелинейного деформирования горных пород вокруг стволов.

Для расчета нагрузок рассмотрим систему взаимодействия «крепь – порода». На ее границе имеем условие совместности перемещений

$$U_\infty(P,t) - U_0(t) = U(P),$$

где $U_\infty(P,t)$, $U_0(t)$, $U(P)$ – перемещение точек на контуре тоннеля соответственно на большом удалении от забоя, до ввода крепи в работу, а также вызванное нагрузкой P; t – время.

Для нахождения $U_0(t)$ необходимо решить объемную задачу нелинейной теории пластичности и ползучести. Однако для получения практических выводов используем аппроксимацию

$$U_0(t) = U_\infty(P,t) f_1(l), \qquad (1)$$

в которой $f_1(l)$ – функция, с помощью которой описывается «сдерживающее» влияние забоя на развитие радиальных перемещений; l – расстояние от забоя.

Примем зависимость [3]

$$f_1(l) = 1 - e^{-\beta l}, \qquad (2)$$

где β – коэффициент.

Заметим, что при $l = 0$ перемещение точек на контуре тоннеля в забое равно нулю, в случае $l \to \infty$ перемещение $U_0(t) \to U_\infty(P, t)$.

Согласно соотношениям (1) и (2), условие совместности перемещений преобразуем к виду

$$U_\infty(P) = U(P)e^{\beta l}, \qquad (3)$$

в котором для простоты записи t опущено.

Следовательно, нахождение нагрузки на крепь ствола свелось к определению $U_\infty(P)$ и $U(P)$.

Для получения $U_\infty(P)$ рассмотрим напряженно-деформированное состояние массива пород в плоскости, перпендикулярной к оси ствола. Предположим, что на бесконечности плоскость сжимается усилиями, равными горизонтальным напряжениям в нетронутом массиве:

$$\sigma_x^\infty = \lambda\gamma H; \; \sigma_y^\infty = \lambda\gamma H.$$

Здесь H – расстояние от поверхности; γ – объемный вес; $\lambda = \nu/(1-\nu)$ – коэффициент бокового распора; ν – коэффициент Пуассона.

Граничные условия на контуре ствола

$$\sigma_r = P; \; \tau_{r\theta} = 0.$$

Физически нелинейно-пластическая модель массива пород. Для описания нелинейных связей между напряжениями и деформациями используем уравнения деформационной теории пластичности:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 &= \psi(\sigma_1 - \sigma_2); \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_3 &= \psi(\sigma_2 - \sigma_3); \\ \varepsilon_3 - \varepsilon_1 &= \psi(\sigma_3 - \sigma_1), \end{aligned} \qquad (4)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные деформации; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; ψ – скалярная функция, определяемая на основе экспериментальных данных.

Анализ экспериментальных данных деформирования пород в условиях объемных напряженных состояний показывает, что зависимость между наибольшим сдвигом γ и максимальным касательным напряжением τ для деформационной теории пластичности может быть описана выражением

$$\gamma = 2B\tau^{m+1}, \qquad (5)$$

где B, m – постоянные.

Из зависимости (5) следует, что $\psi = B\tau^m$.

При решении задачи используем условие несжимаемости горных пород. В этом случае задача сводится к решению системы уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \\ &\varepsilon_\theta - \varepsilon_r = \frac{B}{2^m}(\sigma_\theta - \sigma_r)^{m+1}; \\ &\varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0, \end{aligned} \qquad (6)$$

где ε_θ, ε_r, σ_r, σ_θ – соответственно компоненты деформаций и напряжений в полярной системе координат; r – радиальная координата.

Используя зависимости

$$\varepsilon_r = du/dr; \; \varepsilon_\theta = u/r, \qquad (7)$$

запишем условие несжимаемости в виде

$$du/dr + u/r = 0, \qquad (8)$$

откуда

$$u = C_1/r, \qquad (9)$$

где C_1 – произвольная постоянная.

Учитывая зависимости (7) и (8), из системы (6) получим

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2}{B^{\frac{1}{1+m}}}\left(\frac{C_1}{r^2}\right)^{\frac{1}{m+1}}. \qquad (10)$$

Из уравнения равновесия системы (6)

$$\sigma_r = C_2 - (1+m)\left(\frac{C_1}{B}\right)^{\frac{1}{m+1}}\frac{1}{r^{\frac{2}{1+m}}},$$

где C_2 – произвольная постоянная.

Произвольная постоянная C_2 определяется из граничного условия на бесконечности $\sigma_r \to \gamma H$ при $r \to \infty$:

$$C_2 = \lambda\gamma H .$$

Тогда компоненты напряжений в физически нелинейной области

$$\sigma_r = \gamma H - (1+m)\left(\frac{C_1}{B}\right)^{\frac{1}{1+m}} \frac{1}{r^{\frac{2}{1+m}}};$$
$$\sigma_\theta = \gamma H + (1-m)\left(\frac{C_1}{B}\right)^{\frac{1}{1+m}} \frac{1}{r^{\frac{2}{1+m}}}. \qquad (11)$$

Рассмотрим пластическую область. Будем считать, что вблизи контура ствола породы находятся в предельном состоянии, описываемом условием Кулона:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = \sin^2\rho(\sigma_\theta + \sigma_r + 2K\mathrm{ctg}\rho)^2,$$

где σ_r, σ_θ, $\tau_{r\theta}$ – соответственно нормальные и касательные напряжения; K, ρ – сцепление и угол внутреннего трения.

Компоненты напряжений вокруг выработки кругового очертания при граничном условии $\sigma_r = P$ и $\tau_{r\theta} = 0$ имеют вид [2]

$$\sigma_r = (P + K\mathrm{ctg}\rho)r^\alpha - K\mathrm{ctg}\rho ;$$
$$\sigma_\theta = (P + K\mathrm{ctg}\rho)\frac{1+\sin\rho}{1-\sin\rho}r^\alpha - K\mathrm{ctg}\rho ; \qquad (12)$$
$$\tau_{r\theta} = 0,$$

где $\alpha = \dfrac{2\sin\rho}{1-\sin\rho}$.

На границе раздела пластической и физически нелинейной сред при $r = r_0$ имеет место условие непрерывности напряжений σ_r и σ_θ. Приравнивая напряжения σ_r и σ_θ (11) и (12) и решая полученную систему уравнений, получим зависимость для нахождения безразмерного радиуса r_0 области предельного состояния вокруг ствола:

$$r_0^\alpha = \frac{(1-\sin\rho)(\lambda\gamma H + K\mathrm{ctg}\rho)}{(1+m\sin\rho)(P + K\mathrm{ctg}\rho)}. \qquad (13)$$

Для нахождения перемещений в пластической области используем условие несжимаемости (8), тогда

$$u = C_3/r, \qquad (14)$$

где C_3 – произвольная постоянная.

Для определения неизвестной C_3 используем условие равенства перемещений (9) и (14) при $r = r_0$:

$$C_1/r_0 = C_3/r_0,$$

тогда $C_3 = C_1$.

Для нахождения C_1 найдем разность главных напряжений (12) на границе области предельного состояния:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \alpha(P + K\mathrm{ctg}\rho)r_0^\alpha . \qquad (15)$$

Из равенства напряжений (10) и (15) на границе r_0 следует

$$C_1 = Br_0^2\left[\frac{\alpha}{2}(P + K\mathrm{ctg}\rho)r_0^\alpha\right]^{(m+1)}. \qquad (16)$$

На контуре выработки $r = 1$ перемещение (14)

$$u = C_1 . \qquad (17)$$

Перемещение $U(P)$ найдем из решения задачи Ламе:

$$U(P) = \frac{P}{E_1}\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \nu_1\right), \qquad (18)$$

где R_1, R_0 – внешний и внутренний радиусы тоннеля; E_1, ν_1 – модуль упругости и коэффициент Пуассона крепи.

Тогда уравнение для определения нагрузки P на крепь ствола получим из формулы (3) с учетом соотношений (17), (18) и (16):

$$Br_0^2\left[\frac{\alpha}{2}(P + K\mathrm{ctg}\rho)r_0^\alpha\right]^{(m+1)} =$$
$$= \frac{P}{E_1}\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \nu_1\right)e^{\beta l}. \qquad (19)$$

Уравнение (19) имеет смысл при $r_0 \geq 1$.

Физически нелинейная модель массива горных пород. При отсутствии области предельного состояния вокруг ствола ($r_0 < 1$) деформационные свойства массива описываются уравнениями (4) и (5). Компоненты напряжений σ_r и σ_θ и перемещение u для данной задачи следующие:

$$\sigma_r = \lambda\gamma H - (\lambda\gamma H - P) r^{-2/(1+m)} ;$$

$$\sigma_\theta = \lambda\gamma H + \frac{1-m}{(1+m)(\lambda\gamma H - P) r^{-2/(1+m)}} ;$$

$$U = B\left(\frac{\lambda\gamma H - P}{1+m}\right)^{1+m}\frac{1}{r}. \qquad (20)$$

Согласно (18) и (20), уравнение для определения нагрузки на крепь ствола запишем в виде

$$B\left(\frac{\lambda\gamma H - P}{1+m}\right)^{1+m} = \frac{P}{E_1}\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \nu_1\right) e^{\beta l}. \qquad (21)$$

Для линейно деформируемого массива ($m = 0$) постоянная $B = (1+\nu)/E$. Тогда уравнение (21) для определения давления P записывается так [3]:

$$(1+\nu)\frac{\lambda\gamma H - P}{E} = \frac{P}{E_1}\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \nu_1\right) e^{-\beta l}.$$

Для упругопластического массива постоянные m и B также равны соответственно нулю и $(1+\nu)/E$, а уравнение (19) записывается в виде [3]

$$\frac{(1+\nu)}{2E}\alpha(P + K\mathrm{ctg}\rho) r_0^{\alpha+2} = \frac{P}{E_1}\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \nu_1\right) e^{\beta l}. \qquad (22)$$

Пример расчета 1. Найдем нагрузку на крепь ствола для упругопластического режима работы массива при следующих исходных данных: $\gamma = 25$ кН/м^3; $R_0 = 3{,}0$ м; $R_1 = 3{,}4$ м; $E_1 = E = 2\cdot10^4$ МПа; $\nu_1 = \nu = 0{,}25$; $H = 500$ м; $\rho = 30°$; $K = 1$ МПа; $l = 0$.

Расчеты по формулам (13) и (22) показывают, что $r_0 = 1{,}2$ и $P = 0{,}28$ МПа.

Пример расчета 2. Найдем нагрузку на крепь ствола в физически нелинейно-пластическом массиве при следующих исходных данных: $\gamma = 25$ кН/м^3; $R_0 = 3{,}0$ м; $R_1 = 3{,}4$ м; $E = 2\cdot10^4$ МПа; $\nu_1 = 0{,}25$; $H = 500$ м; $\rho = 30°$; $K = 1$ МПа; $m = 0{,}32$; $B = 7\cdot10^{-5}$; $l = 0$.

Расчеты по формулам (13) и (19) показывают, что $r_0 = 1{,}38$, а $P = 0{,}11$ МПа.

Таким образом, из сопоставления расчетов для упругопластического и физически нелинейно-пластического массивов следует, что наличие физической нелинейности приводит к снижению нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Булычев Н.С.* Расчет крепи капитальных горных выработок / Н.С.Булычев, Б.З.Амусин, А.Г.Оловянный. М.: Недра, 1974. 381 с.
2. *Ставрогин А.Н.* Пластичность горных пород / А.Н.Ставрогин, А.Г.Протосеня. М.: Недра, 1979. 301 с.
3. *Трушко В.Л.* Геомеханика массивов и динамика выработок глубоких рудников / В.Л.Трушко, А.Г.Протосеня, П.Ф.Матвеев, Х.М.Совмен. Санкт-Петербург. горный ин-т. СПб, 2001. 393 с.

REFERENCES

1. *Bulychev N.S., Amusin B.Z., Olovanniy A.G.* Lining design of permanent excavation. Moscow: Nedra, 1974. 381 p.
2. *Stavrogin A.N., Protosenya A.G.* Plasticity of rocks. Moscow: Nedra, 1979. 301 p.
3. *Trushko V.L., Protosenya A.G., Matveev P.F., Sovmen H.M.* Geomechanics of rock mass and dynamics of deep ore mines / Saint Petersburg Mining Institute. Saint Petersburg, 2001. 393 p.