

## РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЕЧИ

Рассмотрены способы численного расчета работы вращающейся печи. Описаны особенности моделирования теплового режима работы вращающейся печи с учетом изменения температуры материала и футеровки по длине печи, запыленности газового потока.

Methods of numerical calculation of work of a rotating furnace are considered. Features of modelling of a thermal operating mode of a rotating furnace in view of change of temperature of a material and lining on length of the furnace, a dust content of a gas stream are described.

Характер теплопередачи во вращающихся печах весьма сложен, так как одновременно приходится учитывать радиационный и конвективный теплообмен, а также теплопроводность слоя материала. Аналитическое решение этой задачи затруднено, кроме того, изменением температуры материала и запыленного газового потока по длине и сечению печи, изменением температуры футеровки во времени ввиду вращения печи и другими факторами. До недавнего времени для расчета теплообмена и производительности вращающихся печей использовались преимущественно приближенные методы, предложенные Е.И.Ходоровым [6,7], Д.А.Диомидовским [2] и Б.И.Арлюком [1]. С помощью этих методов может быть установлен ряд связей между различными режимными и конструктивными факторами, характеризующими работу печей, но они не позволяют производить точные количественные расчеты теплообмена и ожидаемого значения производительности печи при заданных исходных параметрах.

Предложенная в работе [6] сравнительно простая критериальная зависимость для описания теплообмена во вращающихся печах в целом, обеспечивает расчет производительности, удельного расхода топлива и размеров печей, с большой точностью, но не учитывает многих важных факторов, среди которых угол наклона и скорость вращения печи, коэффициент заполнения материалом, запыленность газового потока и др. Важное

преимущество этой методики – позонный расчет печи, дающей возможность определять изменение температуры газа, материала и футеровки по длине печи, а также более точно вычислять производительность и расход топлива. Попытка разработать метод позонного расчета в критериальном виде была сделана в работе [7], однако предложенная методика не нашла применения ввиду сложности установленных зависимостей и потребности в большом количестве априорной экспериментальной информации.

Точное решение сопряженной задачи теплообмена во вращающейся печи требует анализа системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с разрывными коэффициентами при переменных краевых условиях [3]: уравнений энергии (для стенки печи и для слоя материала), уравнений движения (для газа и для слоя материала), уравнения сплошности и уравнения состояния.

Для решения этой задачи современный математический аппарат может быть реализован при введении ряда упрощающих предположений. Результаты исследований убеждают, что для решения нестационарных нелинейных задач с разрывными коэффициентами универсальным является конечно-разностный подход, при реализации которого строгую консервативность разностных схем обеспечивает только метод балансов, если исходные дифференциальные уравнения удастся записать в консервативной форме [5].

Большое распространение получили численные методы решения многомерных задач математической физики. В нашем случае более выгодна полярная схема разбивки печи на малые гомогенные объемы. Для каждого объема составляется уравнение баланса энергии и массы. Явная схема аппроксимации, построенная методом балансов, позволяет получить расчетные уравнения вида

$$\Delta Q_{i-1,j,k}^{\tau} + \dots + Q_{i-1,j,k}^{\tau} + Q_v^{\tau} = \frac{\Delta \tau}{C_{\dot{\gamma}\delta(i,j,k)}^{\tau} \rho_{i,j,k}^{\tau} V_{i,j,k}} (t_{i,j,k}^{\tau+\Delta\tau} - t_{i,j,k}^{\tau}),$$

где  $\Delta Q_{ij,k+1}^{\tau}$  – тепловой эффект теплообмена с соседними элементами, при подсчете которого используется значение эффективного коэффициента теплопроводности, функционально зависящего от температуры элемента и включающего конвективную и лучистую составляющие;  $C_{\dot{\gamma}\delta(i,j,k)}^{\tau}$  – эффективная теплоемкость материала с учетом кинетики химических реакций;  $Q_v^{\tau}$  – количество теплоты, затрачиваемое на сушку, возгонку летучих, структурные перестройки;  $\Delta \tau$  – временной шаг счета, выбираемый из условия устойчивости решаемой системы уравнений на основе критериев устойчивости [5];  $\rho_{i,j,k}^{\tau}$  – плотность вещества, заключенного в элементе;  $V_{i,j,k}$  – объем элемента слоя материала или стенки печи.

Тепловой баланс для материала на различных участках вращающейся печи может быть представлен уравнением вида

$$\begin{aligned} \rho c S dx \frac{\delta \theta(x,t)}{\delta t} &= c Q(x,t) \theta(x,t) - \\ &- c Q(x+dx,t) \theta(x+dx,t) + \\ &+ K_1 dx [\theta_g(x,t) - \theta(x,t)] + \\ &+ K_2 dx [\theta_{\delta}(x,t) - \theta(x,t)], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность твердого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  – удельная теплота твердого материала, Дж/(кг·К);  $S$  – поперечное сечение слоя твердого материала в печи, м<sup>2</sup>;  $\theta$ ,  $\theta_g$  и  $\theta_p$  – температура твердого материала, газа и стенки печи соответственно,  $K$ ,  $K_1$  и  $K_2$  – коэффициент переноса тепла в системах соответственно газ – твердое, стенка – твердое, Вт/(м·К).

В выражении (1) левая часть характеризует скорость изменения температуры  $\theta(t)$  пространственного элемента  $dx$ . Первый член правой части уравнения представляет собой количество теплоты, которое поступает в элемент  $dx$  с пространственным потоком  $Q$ ; а второй – количество теплоты, выходящее из элемента  $dx$ ; третий и четвертый члены правой части уравнения определяют количество теплоты, передаваемой конвекцией от газа к стенкам и к твердому материалу в соответствии с законом Ньютона – Рихмана.

Для определения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  необходимо учитывать различные формы теплопередачи во вращающейся печи. Так как теплопередача от газов к твердому материалу возможна радиацией и конвекцией, то коэффициент передачи тепла

$$\alpha_{gs} = \frac{\alpha_g + C_0 \varepsilon_{red} (\theta_g^4 - \theta^4)}{\theta_g - \theta}, \quad (2)$$

где  $C_0$  – коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\alpha_g$  – коэффициент конвективного переноса тепла, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\varepsilon_{red} = \varepsilon_s \varepsilon_g / [\varepsilon_s + \varepsilon_g (1 - \varepsilon_s)]$  – обобщенный коэффициент степени черноты запыленного потока;  $\varepsilon_s$  – степень черноты твердого материала;  $\varepsilon_g$  – коэффициент, учитывающий степень контакта газа с пылью.

Второй член, стоящий в правой части уравнения (2), учитывает теплопередачу радиацией, а коэффициент  $\alpha_g$  – теплопередачу конвекцией.

Для определения коэффициента конвективной теплоотдачи системы газ – твердое может быть использовано уравнение

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,4} \psi,$$

где  $Nu = (\alpha_g d_{eq}) / \lambda_g$  число Нуссельта;  $\lambda_g$  – теплопроводность газа, Вт/(м·К);  $d_{eq} = 4S/U$  – эквивалентный диаметр, м;  $S$  – площадь поперечного сечения печи, м<sup>2</sup>;  $U$  – внутренний периметр печи, м;  $Pr = \mu_g c_g / \lambda_g$  – число Прандтля;  $\mu_g$  – коэффициент динамической вязкости;  $c_g$  – теплоемкость газа, Дж/(кг·К);  $Re = (4/\pi) v_g (1+W) / d_{eq} \xi v_g$  – число Рейнольдса;  $v_g$  – скорость газа, м/с;  $W$  – влагосодержание газа, кг влаги/кг сухого газа;  $v_g$  – кинематический коэффициент вязкости;  $\xi$  – степень за-

полнения печи;  $\psi = 1,38(1/d_{eq})^{-0,12}$  – поправочный коэффициент.

В соответствии с этим

$$\alpha_g = 0,021(\lambda_g / d_{eq}) \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} \psi.$$

Здесь все параметры должны быть приняты в зависимости от температуры газа.

Площадь сечения слоя  $S_{gs} = Ddx \sec \beta$ , где  $\beta = f(Q)$ . Тогда

$$K_1 = \alpha_{gs} D \sec(\beta),$$

где  $D$  – внутренний диаметр печи, м.

Теплопередача от стенки к твердому материалу может передаваться тремя путями: теплопроводностью, конвекцией и радиацией. В первом случае коэффициент передачи тепла

$$\alpha_p S C = K I_n D \sqrt{c \lambda \gamma n} + c_p 10^{-6} \frac{\varepsilon_s \varepsilon_p}{\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{1}{\varepsilon_p} - 1} (\theta_p^4 - \theta^4), \quad (3)$$

где  $K$  – коэффициент неоднородности распределения температуры в твердом материале;  $I_n$  – безразмерный коэффициент;  $\lambda$  – теплопроводность твердого материала, Вт/(м·К);  $n$  – частота вращения печи, с<sup>-1</sup>;  $\gamma$  – плотность твердого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $\varepsilon_p$  – степень черноты стенки печи.

В уравнении (3) первый член правой части учитывает передачу тепла теплопроводностью и конвекцией, а второй член – теплопередачу радиацией.

Площадь поверхности, находящаяся под твердым материалом,

$$S_{psc} = [D\beta\pi/180]dx.$$

Теплопередача от стенки печи к твердому материалу описывается уравнением

$$\alpha_{psd} = C_0 10^{-8} \varepsilon_s \varepsilon_p [(1 - \varepsilon'_g) - (1 - \varepsilon''_g)\theta^4],$$

где  $\alpha_{psd}$  – коэффициент конвективного переноса теплоты от стенки печи к твердому материалу, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\varepsilon'_g$  – степень черноты запыленного газа, соответствующая температуре стенки печи;  $\varepsilon''_g$  – степень черноты запылен-

ного газа, соответствующая температуре твердого материала.

Площадь сечения элементарного слоя (толщиной  $dx$ ) твердого материала в печи

$$S_{psd} = \pi D [(1 - 2\beta)/360^\circ] dx,$$

откуда

$$K_2 = \alpha_{psc} \left( \frac{2\pi\pi D}{360^\circ} \right) + \alpha_{psd} \pi D \left( \frac{1 - 2\beta}{360^\circ} \right).$$

Таким образом, из выражения (1) получаем

$$\rho_g c_g \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta t} + c \left[ Q(x,t) \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta x} + \theta(x,t) \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta x} \right] + K_3 \theta(x,t) = K_1 \theta_g(x,t) + K_2 \theta(x,t),$$

$$K_3 = K_1 + K_2.$$

Уравнение теплового баланса газов имеет вид

$$\rho_g c_g S' dx \frac{\partial\theta_g(x,t)}{\partial t} = c_g Q_g(x,t) \theta_g(x,t) - c_g Q_g(x+dx,t) \theta_g(x+dx,t) + K_4 dx [\theta_g(x,t) - \theta_p(x,t)] + K_1 dx [\theta_g(x,t) - \theta(x,t)] - h^i Q_c [q(x,t) - q(x+dx,t)], \quad (4)$$

где  $\rho_g$  – плотность газов, кг/м<sup>3</sup>;  $c_g$  – теплоемкость газов, Дж/(кг·К);  $Q_g$  – расход газа, кг/ч;  $S'$  – сечение пространства печи занятого газом, м<sup>2</sup>;  $K_4$  – коэффициент переноса тепла на участке газ – стенка печи, отнесенный к единице длины печи, Вт/(м·К),  $K_4 = \alpha_{gp} \pi D [(1 - 2\beta)/360^\circ]$ ;  $h^i$  – низшая теплотворная способность топлива, Дж/кг;  $Q_c$  – расход топлива, кг/ч;  $q$  – функция распределения тепла в пламени, доли единицы.

В равенстве (4) левая часть уравнения определяет скорость изменения температуры  $\theta_g(t)$  элемента газа в сечении толщиной  $dx$ ; первое слагаемое правой части уравнения – количество теплоты, выходящей с газом из элемента объема толщиной  $dx$ , второе слагаемое – количество теплоты, входящей с газом в элемент объема толщиной  $dx$ , третье и четвертое слагаемое соответственно равны количеству теплоты, передаваемой газом от стенки печи к

твердому материалу, и, наконец, последнее слагаемое представляет собой количество теплоты, выделяемой при горении топлива.

При конвективной и радиационной передаче тепла от газа к стенке коэффициент теплопередачи

$$\alpha_{gp} = \alpha_g + C_0 10^{-8} \varepsilon \frac{(\varepsilon_g \theta_g^4 - \varepsilon_p \theta_p^4)}{(\theta_g - \theta_p)},$$

где  $\varepsilon_g^m$  – степень черноты газа, определенная при температуре стенки печи, покрытой твердым материалом.

Согласно уравнению (4) можно записать

$$\begin{aligned} \rho_s c_s S' \frac{\delta \theta_{g(x,t)}}{\delta t} + c Q_{g(x,t)} \frac{\delta \theta_{g(x,t)}}{\delta x} + K_5 \theta_{(x,t)} = \\ = -K_4 \theta_{p(x,t)} - K_1 \theta_{(x,t)} - h^i \theta_c \frac{\partial q}{\partial x}, \\ K_5 = -K_1 - K_4. \end{aligned}$$

Дифференциальное уравнение, описывающее распределение температуры в направлении потока газа, имеет вид

$$\begin{aligned} c_p M_p dx \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial t} + \tilde{n}_p M_p a \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} = \\ = K_1 dx (\theta_g - \theta_p) - K_2 dx (\theta_p - \theta) - \\ - K_6 (\theta_p - \theta_m) dx, \end{aligned}$$

где  $K_6$  – интегральный коэффициент теплопередачи через стенку печи, отнесенный к единице длины печи, Вт/(м·К);  $a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $\theta_m$  – температура поверхности печи, К;  $c_p$  – удельная теплоемкость стенки печи, Дж/(кг·К);  $M_p$  – масса стенки, отнесенная к единице длины печи, кг/м.

Коэффициент  $K_4$  учитывает теплопередачу к поверхностям тремя путями: теплопроводностью через стенку печи, конвекцией и радиацией от поверхности стенок печи к поверхности твердого материала. Интегральный коэффициент

$$K_6 = \pi \left[ \frac{\ln \frac{D'}{D}}{2\lambda_{refr}} + \ln \frac{D_e}{D'} + \frac{1}{\alpha_{cm} D_e} \right]^{-1}, \quad (5)$$

где  $D'$  и  $D_e$  – соответственно внутренний и наружный диаметр печи, м;  $\lambda_{refr}$  и  $\lambda_{carc}$  – со-

ответственно теплопроводность огнеупоров и корпуса печи, Вт/(м·К);  $\alpha_{cm} = \alpha_c + \alpha_r$  – коэффициент конвективного теплопереноса от футеровки печи к поверхности твердого материала, Вт/(м<sup>2</sup>·К),  $\alpha_c$  – коэффициент конвективного теплообмена теплопередачи от футеровки к поверхности твердого материала, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\alpha_r$  – коэффициент лучистого теплообмена от футеровки печи к поверхности твердого материала, Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Согласно [4],

$$\begin{aligned} \alpha_c = 1,314 \left( \frac{\Delta \theta_c}{D_e} \right)^{0,25} = 1,314 \left( \frac{\theta_k - \theta_m}{D_e} \right)^{0,25}; \\ \alpha_r = 5,67 \varepsilon_k \frac{\left[ \left( \frac{\theta_k}{100} \right)^4 - \left( \frac{\theta_m}{100} \right)^4 \right]}{\theta_k - \theta_m}. \end{aligned}$$

С учетом (5) получим

$$\begin{aligned} c_p M_p \frac{\partial \theta_p}{\partial t} + c_p M_p \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} + K_7 \theta_p = \\ = K_4 \theta_g + K_2 \theta + K_6 \theta_m, \end{aligned}$$

где  $K_7 = K_2 + K_4 + K_6$ .

Скорость движения газов зависит от давления воздуха в горне печи:

$$v_g = \sqrt{K_8 - 2gP},$$

где  $P$  – давление воздуха в горне печи, Па;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>,  $K_8 = v_1^2 + 2\rho_g g(h_1 - h) + 2gP_1$ ;  $v_1$  – начальная скорость газов, м/с;  $\rho_g$  – плотность газов, кг/м<sup>3</sup>;  $h_1$  и  $h$  – высота расположения точки разгрузки и загрузки печи соответственно, м;  $P_1$  – атмосферное давление, Па.

Количество газов, получаемое при сжигании единицы массы топлива,

$$q_g = \rho_g V_g,$$

где  $V_g$  – объем газообразных продуктов обжига при сжигании единицы массы топлива, м<sup>3</sup>/кг, с учетом стехиометрии реакции горения топлива

$$\begin{aligned} V_g = (0,018)C^p + 0,007S^p + 0,112H^p + \\ + 0,0124H_2O^p + 0,008N^p + \\ + 0,79 \frac{Q_a}{\rho_a} + 0,21(\alpha - 1) \frac{Q_a^{\delta}}{\rho_a}, \end{aligned}$$

где  $C^p$ ,  $S^p$ ,  $H^p$ ,  $H_2O$  и  $N^p$  – содержание углерода, серы, водорода, воды и азота в топливе, % по массе;  $Q_a$  – расход воздуха, подаваемый для сжигания топлива, кг/с;  $Q_a^T$  – теоретический расход воздуха, кг/с;  $\rho_a$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha = Q_c / (\alpha_{ca} Q_a)$  – коэффициент избытка воздуха;  $\alpha_{ca}$  – отношение топлива/воздух.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арлюк Б.И. Расчет теплообмена во вращающихся печах / Б.И.Арлюк, Э.М.Ермолаева // Труды ВАМИ. Л., 1969. Вып. 65-66.

2. Диомидовский Д.А. Печи цветной металлургии. М.: Metallurgizdat, 1959.

3. Лыков А.В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1978.

4. Риошкевич А.С. Математическое моделирование тепло и массопередачи при кальцинации окисленных никелевых материалов во вращающейся печи / А.С.Риошкевич, А.М.Родкорбинши, М.М.Рейник // Цветные металлы. 1979, № 6.

5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

6. Ходоров Е.И. Расчет теплообмена во вращающихся печах / Е.И.Ходоров, В.Я.Абрамов // Химическая промышленность. 1965. № 7.

7. Ходоров Е.И. Зональный анализ тепловой работы вращающейся печи. Вращающиеся печи для спекания глиноземных (нефелиновых) шихт / Е.И. Ходоров, Б.И.Арлюк; ЦНИИЦветмет. М., 1964.